

# ANÁLISIS CUANTITATIVO DE LA DISTRIBUCIÓN DEL PODER DE DECISIÓN EN EL PARLAMENTO VASCO

Virginia Rincón Diez  
Departamento de Sociología I  
Facultad de Ciencias Sociales y de la Comunicación  
*Universidad del País Vasco (U.P.V/E.H.U)*  
etpridiv@lg.ehu.es

## **Resumen**

El objetivo de este trabajo es estudiar la distribución del poder de decisión de los diferentes partidos del Parlamento Vasco y su evolución a lo largo de las diferentes legislaturas.

En este trabajo se explica el significado del índice de Banzhaf, que se utiliza después como medida de la decisividad de los diferentes partidos políticos del Parlamento Vasco en las diferentes legislaturas.

*Palabras clave:* Regla de decisión, decisividad, índice de poder.

## 1 INTRODUCCIÓN

En un principio puede pensarse que los votos que obtiene cada partido en la C.A.V. podrían servir como medida de este poder de decisión. En este trabajo pretendo medir el poder de decisión o la “decisividad” que tiene cada partido político para tomar decisiones en el Parlamento, por lo tanto, no utilizaré los votos que obtiene cada partido político para medir esa decisividad, pues los votos que obtiene cada partido son la medida natural del apoyo que goza cada partido y determinarán el número de escaños que le corresponde a cada uno de ellos en el Parlamento.

Puede pensarse entonces que una buena medida de la decisividad de los partidos políticos podría ser el número de escaños de cada uno de ellos en el Parlamento Vasco. Como se muestra más adelante utilizaré los escaños como un dato necesario para medir la decisividad de los partidos políticos, pero no como una medida del poder de decisión. En este trabajo utilizaré como medida del poder de decisión de los partidos políticos el índice de Banzhaf, el cual expresa el poder a priori de los partidos políticos mejor que los escaños que cada uno de ellos tiene en el Parlamento. Podemos ver con un sencillo ejemplo como los escaños o el peso de cada partido político no son una medida adecuada del poder de decisión de éstos: Podemos encontrarnos con un Parlamento compuesto por 75 parlamentarios en el que solamente existan 2 partidos políticos; A y B. Supongamos que el partido A tiene 50 escaños y el partido B 25, con una regla de decisión en la que se exijan 38 escaños para que una propuesta sea aceptada, siempre que el partido A esté de acuerdo cualquier propuesta será aceptada por el Parlamento y si el partido A no está de acuerdo con una propuesta, dicha propuesta será rechazada sea cual sea la opinión del partido B. Por lo tanto, sea cual sea el resultado de una votación en este Parlamento el partido A será decisivo, pues si el partido A cambiase de opinión el resultado final de la votación (aprobación o rechazo de la propuesta) cambiaría, mientras que el partido B nunca será decisivo, pues su voto no afecta nunca al resultado final de la votación. Vemos entonces que si midiésemos el poder de decisión con el número de escaños de cada partido político podría parecer que en el caso expuesto anteriormente el partido B tiene alguna influencia en las decisiones o decisividad cuando no es así.

Como he señalado anteriormente en este trabajo utilizaré el índice de Banzhaf como medida de la decisividad de los partidos políticos del Parlamento Vasco. Por lo tanto, antes de presentar los datos es importante entender bien cuál es el significado de este índice de poder. Primero expondré una serie de conceptos básicos necesarios. Explicaré como en cualquier situación de voto es necesario definir una regla de decisión, la cuál determinará cuando una propuesta es aceptada o no. Veremos cuál es el significado de que un votante de un comité sea decisivo, para finalmente explicar el significado del índice de Banzhaf, que utilizaré más adelante como medida de la decisividad de los diferentes partidos políticos del Parlamento Vasco en las diferentes legislaturas.

## 2 ÍNDICE DE BANZHAF\*

A menudo en la vida cotidiana se presentan situaciones en las que una serie de individuos o una serie de grupos de individuos (que es el caso que estudiaré en este trabajo) deben tomar decisiones colectivas. Estas situaciones se pueden dar, por ejemplo, en una clase de instituto, en un departamento de la Universidad, en un Parlamento, etc.

Para estudiar el poder de decisión de los diferentes individuos supongamos una situación en la que se hace una propuesta en un comité y cada individuo del comité votará “sí” cuando desee que la propuesta sea aceptada por el colectivo y votará “no” si desea que la propuesta sea rechazada por el colectivo, resultando de esta votación una

---

\*Esta sección está basada en Laruelle, A. y Valenciano, F., 2002, “Assessment of voting situations: the probabilistic foundations”, Discussion Paper 26/2002, Departamento de Economía Aplicada IV, Universidad del País Vasco, Bilbao.

configuración de votos concreta, es decir, un listado de los votos emitidos por cada individuo. Una configuración de votos es ganadora si dicha configuración conduce a que la propuesta sea aceptada. De la misma forma, la configuración de votos no es ganadora si conduce a que la propuesta sea rechazada.

Si el número de individuos que forman el comité es  $n$  e ignoramos la posible abstención de los votantes, o consideramos cualquier voto distinto de “sí” como “no”, existen  $2^n$  posibles configuraciones de voto. Para estudiar la decisividad de los individuos del comité será necesario definir primero cual es la regla de decisión que determinará cuando una configuración de votos es ganadora y cuando no lo es.

Para representar dicha regla de decisión será suficiente con especificar cuáles son las configuraciones de voto ganadoras. Utilizaré la siguiente notación:

- $N = \{1, 2, \dots, n\}$  Conjunto de sillas o escaños. Los votantes que los ocupan forman el comité.
- $S \subseteq N$   $S$  es un conjunto de votantes que representa una configuración de votos en la que los votantes pertenecientes a ese conjunto han votado “sí” y el resto de votantes del comité, es decir,  $N \setminus S$  han votado “no”. Por tanto, “la configuración  $S$  contiene a  $i$ ” significa que  $i$  ha votado “sí”.
- $s$  Número de votantes que pertenecen al conjunto  $S$ , o número de votantes que han votado “sí”.
- $W$  Conjunto de configuraciones ganadoras o regla de decisión especificada por los votantes.

Una regla de decisión, que determinará si una configuración de votos resultante de la votación de un conjunto de votantes  $N$  es ganadora o no lo es, debe cumplir las siguientes condiciones:

- (i)  $N \in W$ . El “sí” unánime es una configuración ganadora.
- (ii)  $\emptyset \notin W$ . El “no” unánime no es una configuración ganadora.
- (iii) Si  $S \in W$  &  $S \subseteq T \Rightarrow T \in W$ . Si  $S$  es una configuración ganadora entonces cualquier configuración que contenga a  $S$  es ganadora.
- (iv) Si  $S \in W \Rightarrow N \setminus S \notin W$ .

Con esta última condición se quiere prescindir de reglas que nos conduzcan a aceptar una propuesta con la configuración de votos  $S$  y seguidamente nos conduzcan a la aprobación de una propuesta contraria a la anterior con la configuración de votos  $N \setminus S$ . Aunque hay que señalar que en algunos casos no sería necesario que la regla de decisión cumpliera esta última condición, por ejemplo, cuando la decisión que va a tomar el comité es la inclusión o exclusión de una propuesta en el orden del día.

Veamos ahora algunos ejemplos de reglas de decisión:

**Dictadura de  $i$ :**

$$W^i = \{S \subseteq N / i \in S\}$$

Serán configuraciones de voto ganadoras todas en las que esté el dictador  $i$ . Es decir, para que una propuesta sea aceptada basta con que el dictador  $i$  vote “sí”. Si la configuración de votos no contiene al dictador  $i$ , es decir, si el dictador  $i$  ha votado “no” dicha configuración no será ganadora y la propuesta será rechazada.

**Unanimidad:**

$$W^N = \{N\}$$

La única configuración de votos ganadora es N, configuración que contiene a todos los votantes del comité. Es decir, para que una propuesta sea aceptada por el comité será necesario que todos los votantes del comité hayan votado “sí”.

**Mayoría simple:**

$$W^{SM} = \{S \subseteq N / s > \frac{n}{2}\}$$

En este caso, para que una propuesta sea aceptada el número de votantes que han votado “sí” debe de ser mayor que la mitad del total de los votantes.

**Mayoría ponderada:**

$$W^{(w, q)} = \{S \subseteq N / \sum_{i \in S} w_i > q\}$$

$w = (w_1, w_2, \dots, w_n)$ ,  $w_i \geq 0$  Donde,  $w_i$  es el peso que se le asigna a cada individuo.

Para que una configuración de votos sea ganadora, la suma de los pesos asignados a cada votante perteneciente a dicha configuración de votos debe ser mayor que la cuota.

En este trabajo voy a estudiar la decisividad de los diferentes partidos políticos del Parlamento Vasco. Existen diferentes partidos políticos, cada uno con un número de escaños concreto. Supongamos que en el Parlamento Vasco para aceptar una propuesta se exige siempre que más de la mitad de los escaños (votantes que forman el Parlamento Vasco) den su voto favorable. Entonces la regla de decisión que se utiliza para aceptar o rechazar propuestas en el Parlamento Vasco podría ser representada de dos formas:

1. Denotando N el conjunto de parlamentarios, cualquiera que sea el partido al que pertenezcan, podemos representar la regla de decisión de la siguiente forma:

$$W^{SM} = \{S \subseteq N / s > \frac{n}{2}\}.$$

En este caso, mediante la regla de decisión se está expresando que para que una propuesta sea aceptada más de la mitad del total de los escaños deben de votar “sí”.

2. Pero sabemos que los votantes de los escaños pertenecientes a un mismo partido político emitirán siempre el mismo voto. Por lo tanto, voy a considerar a cada partido político como un votante y le asignaré un peso igual a su número de escaños. Con esta regla de decisión seguirá siendo necesario el voto afirmativo de más de la mitad del total de escaños para que una propuesta sea aceptada por el Parlamento Vasco.

$$W^{(w, q)} = \{S \subseteq N / \sum_{i \in S} w_i > q\}$$

$$N = \{PNV, PSOE, IU \dots\}.$$

$$w_i \geq 0 \quad (\text{número de escaños de cada partido político})$$

$$q = \frac{\sum_{i \in N} w_i \text{ (número total de escaños)}}{2}$$

Volveré a explicar y concretar este tema en el siguiente punto antes de presentar los datos que indican la decisividad de los partidos políticos del Parlamento Vasco y su evolución.

Definiré ahora el concepto de “decisividad”. Es decir, explicaré que significa que un individuo de un comité sea decisivo o no. Veremos como es sencillo determinar la decisividad de un individuo de un comité expost, es decir, una

vez que todos los individuos del comité han emitido su voto y una vez que la regla de decisión a determinado si la configuración de votos resultante es ganadora o no. En cambio, veremos como es más difícil determinar esta decisividad ex-ante, es decir, antes de la votación. En este caso para determinar la decisividad de un individuo será necesario además de la regla de decisión saber cómo es el comportamiento de los votantes. Como no se puede saber exactamente cuál va a ser el comportamiento de los votantes en el momento de la votación, se puede expresar ese comportamiento mediante distribuciones de probabilidad que asignan a cada configuración de votos una probabilidad, podría escogerse dicha distribución de probabilidad basándose en los datos disponibles antes de la votación (el comportamiento de los votantes en votaciones pasadas, la ideología de los votantes,...).

Veamos entonces a qué me refiero cuando hablo de decisividad ex-post, es decir, una vez que los individuos del comité han emitido sus votos. Para ello, explicaré antes el significado de éxito ex-post.

Sea una regla de decisión  $W$ , una configuración de votos resultante de una votación  $S$ , e  $i \in N$ :

**ÉXITO EX-POST:** Cuando después de una votación resulta una configuración de votos ganadora (es decir, la propuesta es aceptada) todos los votantes que votaron “sí” (y que pertenecen a dicha configuración) han tenido éxito.

De la misma forma, si después de la votación resulta una configuración de votos que no es ganadora (es decir, la propuesta es rechazada) todos los individuos que votaron “no” (y que no pertenecen a dicha configuración) han tenido éxito.

Éxito de  $i$ :  $(i \in S \in W) \text{ ó } (i \notin S \notin W)$

**DECISIVIDAD EX-POST:** He señalado que si después de una votación resulta una configuración de votos ganadora, los individuos que votaron “sí” han tenido éxito. De entre estos individuos los que hubieran cambiado el resultado de la votación si hubieran votado que “no” han sido decisivos. Por lo tanto, que un individuo pertenezca a una configuración ganadora significa que ha votado que “sí” y que ha tenido éxito, que sea decisivo significa que si hubiera votado que “no” la configuración resultante no hubiera sido ganadora.

Del mismo modo, cuando la configuración de votos resultante no es ganadora los individuos que votaron “no” han tenido éxito. De entre estos individuos los que hubieran cambiado el resultado de la votación si hubieran votado que “sí” han sido decisivos. Por lo tanto, que un individuo no pertenezca a una configuración que no ha sido ganadora significa que ha votado que “no” y que ha tenido éxito, que sea decisivo significa que si hubiera votado que “sí” la configuración resultante hubiera sido ganadora.

Decisividad de  $i$ :  $(i \in S \in W \text{ y } S \setminus i \notin W) \text{ ó } (i \notin S \notin W \text{ y } S \cup i \in W)$

Será fácil determinar el éxito o decisividad de un individuo una vez que los votos han sido emitidos. Para ver si el individuo ha tenido éxito basta con mirar si el voto del individuo coincide con el resultado de la votación. Y para ver si ha sido decisivo basta con cambiar el voto del individuo y observar si con la nueva configuración de votos el resultado de la votación hubiera cambiado.

El problema se presenta cuando queremos determinar el éxito o decisividad de un individuo ex-ante, es decir, antes de la votación. En este caso lo que se calcula es la probabilidad de que de una votación resulten configuraciones de voto en las que el individuo tiene éxito o la probabilidad de que de una votación resulten configuraciones de voto en las que el individuo es decisivo.

Los únicos datos disponibles ex-ante son el número de individuos que forman el comité y la regla de decisión que determina que configuraciones de voto son ganadoras. Con estos datos podríamos escribir el total de

configuraciones de voto posibles y determinar si estas configuraciones son ganadoras o no. Del mismo modo, será fácil determinar si un individuo ha tenido éxito o no y si ha sido decisivo o no en cada una de todas las posibles configuraciones de voto. Por lo tanto asignando una probabilidad a cada configuración de voto (mediante una distribución de probabilidades concreta) será posible calcular la probabilidad de que un individuo tenga éxito (sumando las probabilidades de las configuraciones de voto en las que dicho individuo tiene éxito) o la probabilidad de que un individuo sea decisivo (sumando las probabilidades de las configuraciones de voto en las que dicho individuo es decisivo).

Consideremos una distribución de probabilidades sobre las configuraciones de voto  $p: 2^N \rightarrow \mathfrak{R}$ . Denoto  $2^N$  el conjunto de todas las partes de  $N$ , es decir, el conjunto de todas las configuraciones de voto (que son  $2^n$ ). Si  $p(S)$  denota la probabilidad de que resulte la configuración de votos  $S$  (por tanto  $0 \leq p(S) \leq 1$  y  $\sum_{S \subseteq N} p(S) = 1$ ),  $W$  es la regla de

decisión e  $i \in N$ :

**ÉXITO EX-ANTE:** El éxito ex-ante de un individuo, vendrá determinado por la probabilidad de que resulten configuraciones de voto en las que dicho individuo tendría éxito.

$$\Omega_i(W, p) = \text{Prob}(i \text{ tenga éxito}) = \sum_{S: i \in S \in W} p(S) + \sum_{S: i \notin S \in W} p(S)$$

**DECISIVIDAD EX-ANTE:** La decisividad ex-ante de un individuo, vendrá determinada por la probabilidad de que resulten configuraciones de voto en las que dicho individuo sería decisivo.

$$\Phi_i(W, p) = \text{Prob}(i \text{ sea decisivo}) = \sum_{\substack{S: i \in S \in W \\ S \setminus i \notin W}} p(S) + \sum_{\substack{S: i \notin S \in W \\ S \cup i \notin W}} p(S)$$

Por ejemplo, supongamos un comité compuesto por tres votantes  $N = \{1,2,3\}$  y la regla de decisión  $W = \{\{1,2\}, \{1,3\}, \{1,2,3\}\}$

En la siguiente tabla se muestran todas las posibles configuraciones de voto y se asigna una probabilidad a cada una de ellas. Además, se especifica cuáles de estas configuraciones son ganadoras o conducen a la aprobación de una propuesta, es decir, se define la regla de decisión. He marcado las configuraciones en las que cada votante es decisivo para calcular la decisividad ex-ante de los votantes.

S	Prob.(S)	W	$\Phi_1$	$\Phi_2$	$\Phi_3$
$\emptyset$	0	---			
1	1/5	---		d	d
2	0	---	d		
3	0	---	d		
12	2/5	w	d	d	
13	2/5	w	d		d
23	0	---	d		
123	0	w	d		

$$\Phi_1 = 0+0+2/5+2/5 +0+0 = 4/5$$

$$\Phi_2 = 1/5+2/5 = 3/5$$

$$\Phi_3 = 1/5+2/5 = 3/5$$

Por lo tanto, si queremos analizar el éxito o la decisividad de un individuo ex-ante asignamos una distribución de probabilidades a las posibles configuraciones de voto, esta distribución de probabilidades tratará de reflejar el comportamiento de los votantes. Cuanta más información tengamos (preferencias de los votantes, las afinidades que pueden existir entre los diferentes votantes o cualquier otra información contextual que pueda condicionar el voto de los

votantes) la distribución de probabilidades reflejará mejor el comportamiento de los votantes y se podrá evaluar mejor el éxito o la decisividad.

El índice de Banzhaf (1965) es un índice que trata de medir la decisividad de un individuo de un comité ex-ante. El índice de Banzhaf original, que mide la decisividad ex-ante de un votante  $i$  para una regla de decisión  $W$ , es el siguiente:

$\text{rawBz}_i(W)$  = número de configuraciones ganadoras en las que  $i$  es decisivo.

Owen (1975) para relativizar dicho índice propuso el siguiente ratio:

$$\text{Bz}_i(W) = \frac{\text{número de configuraciones ganadoras en las que } i \text{ es decisivo}}{\text{número total de configuraciones que contienen a } i}$$

Vamos a ver como el índice de Banzhaf es un caso particular de lo que he denominado anteriormente decisividad ex-ante. Es decir, el índice de Banzhaf mide la probabilidad de que un individuo sea decisivo, para el caso particular en que se asigna a todas las configuraciones de voto la misma probabilidad (o lo que es lo mismo, para el caso particular en que todos los individuos votan “sí” con probabilidad  $1/2$  y votan “no” con probabilidad  $1/2$  y votan independientemente de lo que haga el resto). En un comité de  $n$  individuos el número total de configuraciones de voto posibles es  $2^n$ , por lo tanto para que todas las configuraciones de voto tengan la misma probabilidad esta probabilidad tendrá que ser  $\frac{1}{2^n}$ :

$$N = \{1, 2, \dots, n\}$$

$$p^*(S) = \frac{1}{2^n} \quad \forall S \subseteq N$$

Para calcular la decisividad ex-ante de un individuo  $i$  en un comité:

$$\Phi_i(W, p) = \sum_{\substack{S: i \in S \in W \\ S \setminus i \notin W}} p(S) + \sum_{\substack{S: i \notin S \notin W \\ S \setminus i \in W}} p(S) = \sum_{\substack{S: i \in S \in W \\ S \setminus i \notin W}} (p(S) + p(S/i))$$

Para el caso particular en que se asigna a todas las configuraciones de voto la misma probabilidad:

$$\begin{aligned} \Phi_i(W, p) &= \sum_{\substack{S: i \in S \in W \\ S \setminus i \notin W}} \left( \frac{1}{2^n} + \frac{1}{2^n} \right) = \sum_{\substack{S: i \in S \in W \\ S \setminus i \notin W}} \frac{1}{2^{n-1}} = \frac{\sum_{\substack{S: i \in S \in W \\ S \setminus i \notin W}} 1}{2^{n-1}} = \\ &= \frac{\text{número de configuraciones ganadoras en las que } i \text{ es decisivo}}{\text{número total de configuraciones que contienen a } i} = \text{Bz}_i(W) \end{aligned}$$

Es importante tener claro el significado del índice de Banzhaf para entender que si se utiliza este índice para un análisis de la decisividad de los individuos de un comité con una regla de decisión concreta, se está haciendo un análisis normativo, es decir, se está analizando la decisividad que le asigna la regla de decisión a cada individuo, sin tener en cuenta el comportamiento de estos individuos, pues en la realidad será raro encontrarnos con situaciones de voto en las que todas las configuraciones de voto sean igualmente probables. Al asignar una probabilidad a cada configuración de votos mediante una distribución de probabilidades, se intenta introducir en el modelo el comportamiento de los votantes. Cuando se asigna la misma probabilidad a las distintas configuraciones de voto, se neutraliza el comportamiento o preferencias de los votantes pues existe la misma probabilidad de que resulte una configuración de votos u otra. Dicho de otra forma, se analiza la decisividad de los votantes ignorando por un lado las preferencias de éstos y el carácter de las propuestas para las que emitirán su voto, es decir, suponiendo que votarán “sí” o “no” con la misma probabilidad y por otro lado ignorando la posible oposición de intereses entre los distintos votantes, es decir,

suponiendo que votarán “sí” o “no” independientemente de lo que vote el resto. De esta forma, se analiza la decisividad o el poder de decisión que asigna la regla de decisión a cada individuo del comité, sin tener en cuenta el comportamiento de los individuos, es decir, no se realiza un análisis descriptivo o positivo sino que se realiza un análisis con valor exclusivamente normativo.

En este trabajo utilizo el índice de Banzhaf para analizar la decisividad de los distintos grupos de individuos (partidos políticos) del Parlamento Vasco, es decir, hago un análisis normativo de la regla de decisión, sin tener en cuenta el comportamiento de los diferentes partidos políticos o sin tener en cuenta que algunas configuraciones de voto puedan ser más probables que otras.

Veamos en el sencillo ejemplo expuesto anteriormente cuál sería el índice de Banzhaf para cada uno de los individuos o cuál sería la decisividad de cada individuo si asignamos la misma probabilidad a todas las posibles configuraciones de voto:

S	Prob.(S)	W	$\Phi_1$	$\Phi_2$	$\Phi_3$
<b>f</b>	1/8	---			
1	1/8	---		d	d
2	1/8	---	d		
3	1/8	---	d		
12	1/8	w	d	d	
13	1/8	w	d		d
23	1/8	---	d		
123	1/8	w	d		

$$\Phi_1 = 1/8 + 1/8 + 1/8 + 1/8 + 1/8 + 1/8 = 6/8 = 3/4 = Bz_1$$

$$\Phi_2 = 1/8 + 1/8 = 2/8 = 1/4 = Bz_2$$

$$\Phi_3 = 1/8 + 1/8 = 2/8 = 1/4 = Bz_3$$

Como vemos en este ejemplo la suma del índice de Banzhaf de los diferentes votantes no tiene porque sumar uno. Es decir, en general  $\sum_{i \in N} Bz_i(W) \neq 1$ . Por ello, a veces encontramos en la literatura el índice de Banzhaf

normalizado:

$$Bz = (Bz_1, Bz_2, Bz_3)$$

$$\tilde{Bz} ; \frac{Bz_i}{\sum_{i \in N} Bz_i}$$

Al normalizar el índice de Banzhaf, se divide el índice de Banzhaf de cada votante por un número que pretende ser la “decisividad total” de la situación de voto, esta decisividad total se calcula sumando la decisividad de todos los individuos. Si tenemos en cuenta que en una misma configuración de votos puede ser decisivo más de un votante, podemos ver claramente que no tiene sentido calcular una “decisividad total” de una situación de voto, es decir, la decisividad que expresa el índice de Banzhaf corresponde a cada individuo en una regla de decisión concreta. En este trabajo no utilizaré el índice de Banzhaf normalizado pues nos llevaría a una pérdida de información, es decir, el índice perdería significado probabilístico.

Antes de pasar a analizar la decisividad de los partidos políticos del Parlamento Vasco veamos cual es el significado de que un votante sea nulo:

**Votante nulo o inútil:** Diremos que un votante es nulo cuando su voto no es crucial en ninguna de las posibles configuraciones de voto. Es decir, cuando el votante vota “sí” y la configuración resultante es ganadora, con un voto “no” por parte de este votante la configuración resultante hubiera seguido siendo ganadora, esto es:

$$i \in S \in W \quad \text{y} \quad S \setminus i \in W \quad (\forall S : i \in S \mathbf{I} N)$$

De la misma forma, cuando el votante nulo vota “no” y la configuración resultante de la votación no es ganadora, con un voto “sí” por parte de este votante la configuración resultante hubiera seguido siendo no ganadora, esto es:

$$i \notin S \notin W \quad \text{y} \quad S \cup i \notin W \quad (\forall S : i \notin S \mathbf{I} N)$$

Para definirlo será suficiente decir que  $i$  es votante nulo cuando cumple lo siguiente:

$$i \in S \notin W \Leftrightarrow \text{y} \quad S \setminus i \notin W \quad (\forall S : i \in S \notin W)$$

Un votante de este tipo no es decisivo en ninguna de las posibles configuraciones de voto, por lo tanto su decisividad es cero sea cual sea el comportamiento del resto de votantes, es decir cuando un votante no es decisivo en ninguna configuración de votos su decisividad será siempre cero independientemente de la distribución de probabilidad que se utilice para expresar el comportamiento de los votantes, por lo tanto el índice de Banzhaf en particular para este tipo de votante será también cero.

### 3 ÍNDICE DE BANZHAF COMO MEDIDA DE LA DISTRIBUCIÓN DEL PODER DE DECISIÓN EN EL PARLAMENTO VASCO (1980-2001)

#### 3.1 Regla de decisión

Voy a analizar el poder de decisión de los diferentes grupos de individuos (partidos políticos) del Parlamento Vasco en las diferentes legislaturas desde 1980 hasta 2001 calculando el índice de Banzhaf para cada uno de los partidos políticos en las diferentes legislaturas.

Cada partido político con representación en el del Parlamento Vasco tendrá asignado un peso, que viene determinado por su número de escaños en el Parlamento. La regla de decisión para la que voy a analizar la distribución del poder de los diferentes partidos políticos es aquella en la que para que una propuesta sea aceptada es necesario el voto afirmativo de más de la mitad de los escaños, que es conocida en términos legislativos como mayoría absoluta.

Como se ha explicado la regla de decisión en la que se asigna a cada individuo un peso y en la que se precisa una cuota para que una propuesta sea aceptada es la mayoría ponderada. Por lo tanto, la regla de decisión para la que voy a analizar la distribución de poder de los diferentes partidos políticos será la mayoría ponderada.

Para modelar el procedimiento de decisión del Parlamento Vasco como una regla de mayoría ponderada será necesario hacer algunas aclaraciones:

- $N = \{1, 2, \dots, n\}$  Los diferentes votantes serán los diferentes partidos políticos del Parlamento Vasco, ya que cada partido es un grupo de individuos que tienen siempre un voto idéntico. A cada partido le asignaré como peso el número de escaños que tenga en el Parlamento.
- $W^{(w, q)} = \{S \subseteq N / \sum_{i \in S} w_i > q\}$  Para que una configuración de votos sea ganadora la suma de los pesos de los partidos políticos que votan “sí” debe ser mayor que una cuota “q”. Dicha cuota deberá ser la mitad del total de escaños (pues voy a analizar la regla de decisión denominada mayoría absoluta en términos legislativos).

En el Parlamento Vasco constituido en 1980 el número total de escaños era 60, por tanto para esta legislatura  $q = 30$ . En el resto de las legislaturas el número total de escaños ha sido 75, por tanto  $q = 37,5$  para el resto de legislaturas.

Para el cálculo del índice de Banzhaf de los diferentes partidos políticos he utilizado la siguiente página web: <http://powerslave.val.utu.fi/> diseñada por A. Pajala, T. Meskanen y T. Kause de la Universidad de Turku (Finlandia) y publicada el 22.04.2002.

Como ilustración, mostraré como puede calcularse directamente el índice de Banzhaf de un partido (EAJ-PNV) en el Parlamento resultado de unas elecciones (1980).

De acuerdo con la definición el índice de Banzhaf de un partido político viene dado por:

$$Bz_i(W) = \frac{\text{número de configuraciones ganadoras en las que } i \text{ es decisivo}}{\text{número total de configuraciones que contienen a } i}$$

### **1980**

	Escaños
A. EAJ-PNV	25
B. PSE-PSOE	9
C. HB	11
D. EE	6
E. PCE-EPK	1
F. UCD	6
G. AP	2
H. OTROS	0

Regla de decisión:

$$W^{(w,q)} = \{S \subseteq N / \sum_{i \in S} w_i > 30\} \text{ o } W^{(w,q)} = \{S \subseteq N / \sum_{i \in S} w_i \geq 31\}$$

Configuraciones minimales ganadoras. Configuraciones de voto ganadoras en las que todos los votantes de dicha configuración son decisivos. A partir de estas configuraciones, añadiendo el resto de votantes a cada una de ellas, podríamos escribir el total de configuraciones ganadoras. Tienen estas características las siguientes configuraciones:

$$\{A, B\}, \{A, C\}, \{A, D\}, \{A, F\}, \{B, C, D, F\}$$

Para calcular el índice de Banzhaf del partido político A:

Número total de configuraciones de voto que contienen al votante A:

A con B, C, D, E, F, G y H puede formar  $2^7 = 128$  configuraciones de voto.

El número total de configuraciones de voto que contienen al votante A es **128**.

Número de configuraciones de voto ganadoras en las que A es decisivo:

Número total de configuraciones de voto ganadoras que contienen al votante A:

$\{A(25), B(9)\}$  con C, D, E, F, G y H puede formar  $2^6 = 64$  configuraciones de voto ganadoras.

$\{A(25), C(11)\}$  con D, E, F, G y H puede formar  $2^5 = 32$  configuraciones de voto ganadoras.

$\{A(25), D(6)\}$  con E, F, G y H puede formar  $2^4 = 16$  configuraciones de voto ganadoras.

$\{A(25), F(6)\}$  con E, G y H puede formar  $2^3 = 8$  configuraciones de voto ganadoras.

Existen en total 120 configuraciones de voto ganadoras que contienen al votante A. De estas configuraciones de voto A será decisivo en todas excepto en las que contengan a  $\{B(9), C(11), D(6), F(6)\}$ .

$\{B(9), C(11), D(6), F(6)\}$  con E, G y H puede formar  $2^3 = 8$  configuraciones de voto. Por lo tanto A será decisivo en todas las configuraciones ganadoras que lo contienen excepto en 8.

El número total de configuraciones ganadoras en las que A es decisivo:  $120 - 8 = \mathbf{112}$ .

$$Bz_A(W) = \frac{112}{128} = 0.875$$

### 3.2 Distribución del poder de decisión en el Parlamento Vasco

Veamos en las siguientes tablas el peso (escaños) y el índice de Banzhaf que corresponden a cada partido político en las diferentes legislaturas teniendo en cuenta que la regla de decisión es la mayoría ponderada.

$$\mathbf{1980} \rightarrow N = \{EAJ - PNV, PSE - PSOE, HB, EE, PCE - EPK, UCD, AP, OTROS\}$$

$$W^{(w, q)} = \{S \subseteq N / \sum_{i \in S} w_i > 30\}$$

	1980	
	Escaños	I. Banzhaf
EAJ-PNV	25	0.8750
PSE-PSOE	9	0.1250
HB	11	0.1250
EE	6	0.1250
PCE-EPK	1	0
UCD	6	0.1250
AP	2	0
OTROS	0	0
<b>TOTAL</b>	<b>60</b>	---

$$\mathbf{1984} \rightarrow N = \{EAJ - PNV, PSE - PSOE, HB, EE, AP - PDP - UL, OTROS\}$$

$$W^{(w, q)} = \{S \subseteq N / \sum_{i \in S} w_i > 37,5\}$$

	1984	
	Escaños	I. Banzhaf
EAJ-PNV	32	0.8750
PSE-PSOE	19	0.1250
HB	11	0.1250
EE	6	0.1250
AP-PDP-UL	7	0.1250
OTROS	0	0
<b>TOTAL</b>	<b>75</b>	---

Nótese que pese a la redistribución de escaños la decisividad de los grupos prácticamente no se altera, excepto en el caso de AP que pasa a llamarse AP-PDP-UL y aumenta su decisividad.

$$\mathbf{1986} \rightarrow N = \{EAJ - PNV, PSE - PSOE, HB, EE, EA, CDS, AP - PL, OTROS\}$$

$$W^{(w, q)} = \{S \subseteq N / \sum_{i \in S} w_i > 37,5\}$$

	1986	
	Escaños	I. Banzhaf
EAJ-PNV	17	0.4688
PSE-PSOE	19	0.4688
HB	13	0.2812
EE	9	0.2812
EA	13	0.2812
CDS	2	0.0312
AP-PL	2	0.0312
OTROS	0	0
<b>TOTAL</b>	<b>75</b>	---

Puede observarse como la escisión que se produce en EAJ-PNV (de la cual surgió el partido político EA) impactó en la decisividad tanto de EAJ-PNV como en la decisividad del resto de partidos.

**1990** →  $N = \{EAJ - PNV, PSE - PSOE, PP, HB, EE, U.AL., EA, OTROS\}$   
 $W^{(w, q)} = \{S \subseteq N / \sum_{i \in S} w_i > 37,5\}$

	<b>1990</b>	
	Escaños	I. Banzhaf
EAJ-PNV	22	0.5938
PSE-PSOE	16	0.4062
PP	6	0.0938
HB	13	0.3438
EE	6	0.0938
U.AL.	3	0.0938
EA	9	0.1562
OTROS	0	0
<b>TOTAL</b>	<b>75</b>	---

**1994** →  $N = \{EAJ - PNV, PP, HB, U.AL., EA, EB - IU, PSE - EE/PSOE, OTROS\}$   
 $W^{(w, q)} = \{S \subseteq N / \sum_{i \in S} w_i > 37,5\}$

	<b>1994</b>	
	Escaños	I. Banzhaf
EAJ-PNV	22	0.6875
PP	11	0.2500
HB	11	0.2500
U.AL.	5	0.1250
EA	8	0.1250
EB-IU	6	0.1250
PSE-EE/PSOE	12	0.2500
OTROS	0	0
<b>TOTAL</b>	<b>75</b>	---

**1998** →  $N = \{EAJ - PNV, PP, U.AL., EA, EB - IU, PSE - EE/PSOE, EH, OTROS\}$   
 $W^{(w, q)} = \{S \subseteq N / \sum_{i \in S} w_i > 37,5\}$

	<b>1998</b>	
	Escaños	I. Banzhaf
EAJ-PNV	21	0.5312
PP	16	0.4062
U.AL.	2	0.0938
EA	6	0.2188
EB-IU	2	0.0938
PSE-EE/PSOE	14	0.2812
EH	14	0.2812
OTROS	0	0
<b>TOTAL</b>	<b>75</b>	---

**2001** →  $N = \{PP, EB - IU, PSE - EE/PSOE, EH, EAJ - PNV/EA, OTROS\}$   
 $W^{(w, q)} = \{S \subseteq N / \sum_{i \in S} w_i > 37,5\}$

	<b>2001</b>	
	Escaños	I. Banzhaf
PP	19	0.2500

EB-IU	3	0
PSE-EE/PSOE	13	0.2500
EH	7	0.2500
EAJ-PNV/EA	33	0.7500
OTROS	0	0
<b>TOTAL</b>	<b>75</b>	---

A continuación intentaré analizar la evolución de la decisividad de cada partido político en el tiempo (1980-2001). En esta tabla se presentan los escaños y el índice de Banzhaf de todos los partidos en las diferentes legislaturas. Para poder entender esta tabla será necesario hacer antes algunas aclaraciones:

1. No consideraré los partidos políticos que aunque se presenten a las elecciones no hayan obtenido escaños. Además en las diferentes legislaturas hay algunos partidos políticos que desaparecen y otros nuevos que se crean, por lo tanto no se podrá hacer un análisis de la evolución de estos partidos durante todo el periodo desde 1980 hasta 2001. Estos partidos son los siguientes: PCE-EPK (1980), U. AL. (1990-1998), UCD (1980), EE (1980-1990), EA (1986-1998), EB-IU (1994-2001) y CDS (1986).
2. Para simplificar los datos que aparecen en la tabla he considerado que algunos partidos políticos representando la misma opción político-ideológica han cambiado el nombre. Estos partidos son los siguientes:

He considerado que un mismo partido político ha tenido diferentes nombres en las diferentes legislaturas: AP (1980), AP-PDP-UL (1984), AP-PL (1986), PP (1990-2001). Por lo tanto en la siguiente tabla aparecen todos estos partidos expresados con las siglas PP.

He considerado también que un mismo partido político ha tenido estos diferentes nombres en las diferentes legislaturas: HB (1986-1994), EH (1998-2001). Por lo tanto en la siguiente tabla para referirme a estos partidos utilizaré las siglas EH.

3. Por último, y también para que resulte más fácil la comprensión de los datos presentados en la tabla, en el caso de dos partidos políticos que en alguna legislatura formen un nuevo partido político, para expresar los datos de este nuevo partido tomaré las siglas del partido que mayor número de escaños haya conseguido en la legislatura anterior y consideraré que el partido con menos escaños no se ha presentado a las elecciones. Es el caso de los siguientes partidos políticos:

PSE/PSOE y EE forman un nuevo partido político en 1994. Por lo tanto consideraré que a partir de esta fecha EE no se presenta a las elecciones y los datos del nuevo partido PSE-EE/PSOE aparecerán expresados en la fila de la tabla que corresponde al antiguo partido político PSE/PSOE.

EAJ-PNV y EA se presentan juntos en las últimas elecciones autonómicas (2001). Por lo tanto consideraré que EA no se presenta a las elecciones en el 2001 y los datos del nuevo partido EAJ-PNV/EA aparecerán expresados en la fila de la tabla que corresponde al antiguo partido político EAJ-PNV.

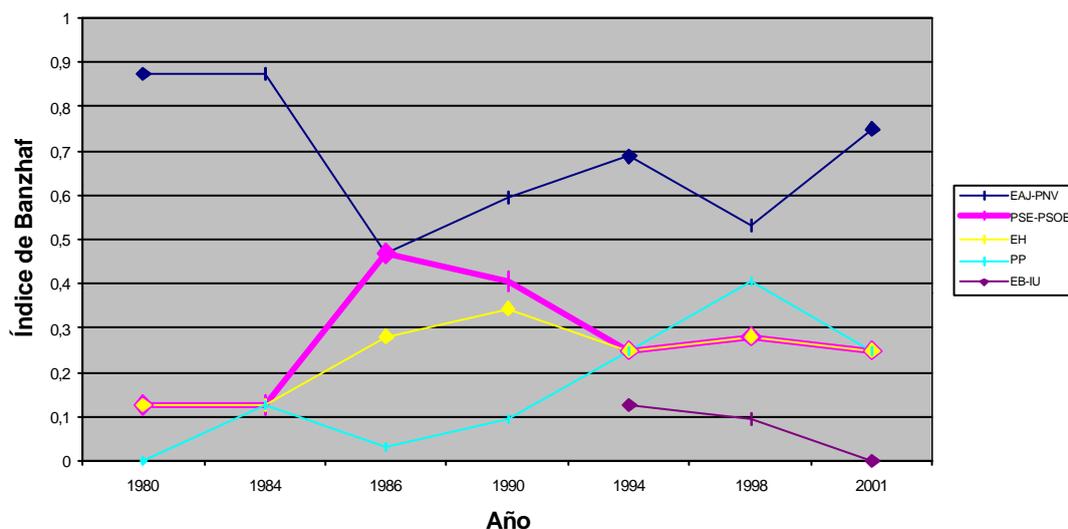
Después de estas aclaraciones veamos cuáles son los datos sobre la evolución del poder de decisión de los diferentes partidos políticos desde 1980 hasta 2001:

	1980		1984		1986		1990	
	Escaños	I. Banzhaf						
EAJ-PNV	25	0.8750	32	0.8750	17	0.4688	22	0.5938
PSE-PSOE	9	0.1250	19	0.1250	19	0.4688	16	0.4062
EH	11	0.1250	11	0.1250	13	0.2812	13	0.3438
EE	6	0.1250	6	0.1250	9	0.2812	6	0.0938
PCE-EPK	1	0	---	---	---	---	---	---
UCD	6	0.1250	---	---	---	---	---	---

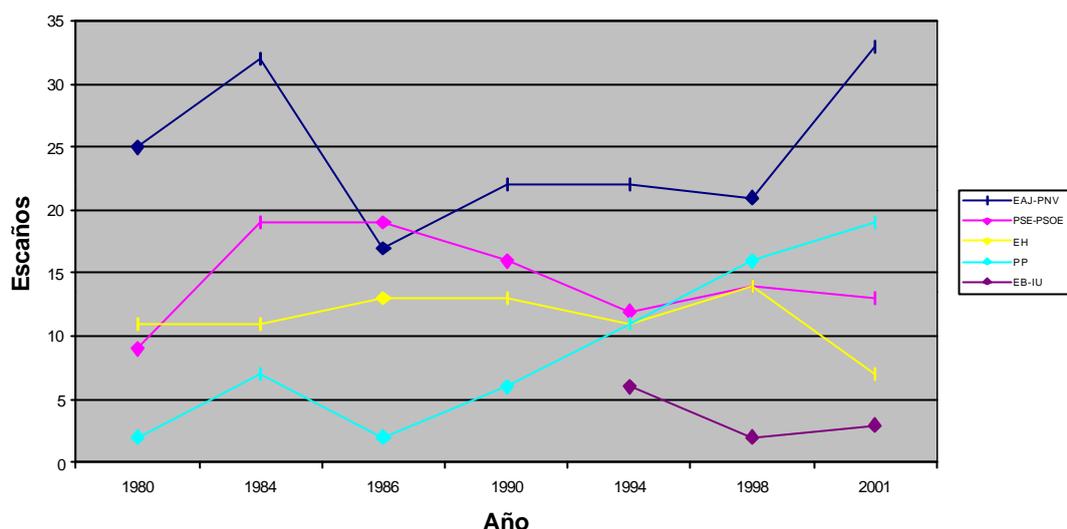
PP	2	0	7	0.1250	2	0.0312	6	0.0938
EA	---	---	---	---	13	0.2812	9	0.1562
CDS	---	---	---	---	2	0.0312	---	---
U.AL.	---	---	---	---	---	---	3	0.0938
EB-IU	---	---	---	---	---	---	---	---
OTROS	0	0	0	0	0	0	0	0
<b>TOTAL</b>	<b>60</b>	---	<b>75</b>	---	<b>75</b>	---	<b>75</b>	---

	1994		1998		2001	
	Escaños	I. Banzhaf	Escaños	I. Banzhaf	Escaños	I. Banzhaf
EAJ-PNV	22	0.6875	21	0.5312	33	0.7500
PSE-PSOE	12	0.2500	14	0.2812	13	0.2500
EH	11	0.2500	14	0.2812	7	0.2500
EE	---	---	---	---	---	---
PCE-EPK	---	---	---	---	---	---
UCD	---	---	---	---	---	---
PP	11	0.2500	16	0.4062	19	0.2500
EA	8	0.1250	6	0.2188	---	---
CDS	---	---	---	---	---	---
U.AL.	5	0.1250	2	0.0938	---	---
EB-IU	6	0.1250	2	0.0938	3	0
OTROS	0	0	0	0	0	0
<b>TOTAL</b>	<b>75</b>	---	<b>75</b>	---	<b>75</b>	---

### EVOLUCIÓN DEL ÍNDICE DE BANZHAF DE ALGUNOS PARTIDOS POLÍTICOS DE LA C.A.V.



### EVOLUCIÓN DE LOS ESCAÑOS DE ALGUNOS PARTIDOS POLÍTICOS DE LA C.A.V.



Podemos analizar los datos presentados anteriormente en las tablas:

**1980:** Podemos ver por ejemplo cómo diferentes partidos con diferente número de escaños (PSE-PSOE con 9 escaños, HB con 11 escaños, EE con 6 escaños y UCD con 6 escaños) tienen el mismo índice de Banzhaf. Es decir, estos partidos, aunque algunos tengan más escaños que otros, serán decisivos en el mismo número de configuraciones de voto.

En 1980 el voto de PCE-EPK (1 escaño) y de AP (2 escaños) no es decisivo en ninguna de las posibles configuraciones de voto. Es decir, su decisividad es nula.

**1984:** En 1984 podemos observar también que PSE-PSOE con 19 escaños tiene la misma decisividad que HB con 11 escaños, que AP con 7 escaños y que EE con 6 escaños. Es decir, el voto de PSE-PSOE con 19 escaños será crucial en el mismo número de configuraciones de voto que el voto de EE con 6 escaños. PSE-PSOE tiene la misma probabilidad que EE de ser decisivo en una configuración de votos, aunque haya una gran diferencia entre el número de escaños de ambos partidos en el Parlamento

Vemos también que en 1984 aunque EAJ-PNV no llega a tener el doble de escaños que PSE-PSOE la decisividad que la regla de decisión asigna a EAJ-PNV es más que el doble de la que le asigna a PSE-PSOE. No existen votantes nulos en esta legislatura.

**1986:** Como señalo anteriormente la escisión que se produce en EAJ-PNV, de la cual surge el partido político EA, no sólo influye en la decisividad de EAJ-PNV, puesto que los votos y en consecuencia los escaños de este partido se ven disminuidos, sino que esta escisión también afecta en la decisividad del resto de partidos. Puede observarse cómo, por ejemplo, para el caso de PSE-PSOE teniendo el mismo número de escaños que en la anterior legislatura, su índice de Banzhaf para esta legislatura (que muestra en cuantas configuraciones de voto ganadoras este partido es decisivo) es más que el triple de su índice de Banzhaf en la anterior legislatura. La razón de esto es que aunque PSE-PSOE cuente con el mismo número de escaños que en la anterior legislatura, en esta legislatura surgen dos nuevos partidos (EA y CDS) lo que supone una importante reducción en el número de escaños de EAJ-PNV, el cual en la anterior legislatura era el partido con mayor número de escaños y puede decirse que existía una importante diferencia respecto del número de escaños del resto de partidos.

1990: En esta legislatura puede observarse que aunque HB obtiene el mismo número de escaños que en la anterior legislatura, su índice de Banzhaf es mayor en esta legislatura que en la anterior. Igual que comentaba para el caso de la anterior legislatura esto se debe a que aunque el número de escaños de HB no haya cambiado el número de escaños que obtiene el resto de partidos si es diferente y esto afecta en el número de configuraciones ganadoras en las que HB será decisivo.

EAJ-PNV y PP aumentan tanto el número de escaños como la decisividad.

Para PSE-PSOE, EE y EA disminuye tanto el número de escaños obtenido como el índice de Banzhaf.

En esta legislatura vemos como U.AL. obtiene 3 escaños lo que supone una decisividad, medida mediante el índice de Banzhaf, igual a la de PP y EE con 6 escaños cada uno.

1994: En esta legislatura PSE-PSOE formará junto con EE un único partido; PSE-EE/PSOE. Vemos cómo este partido obtiene menos escaños que los que obtiene PSE-PSOE en la anterior legislatura y que su índice de Banzhaf es también menor que el de PSE-PSOE en la anterior legislatura. Lo mismo ocurre con HB y EA que en esta legislatura obtienen menos escaños que en la anterior y su índice de Banzhaf se ve disminuido.

Puede observarse también que surge un nuevo partido político EB-IU, que obtiene un número importante de escaños.

Los únicos partidos que obtienen un mayor número de escaños son PP que obtiene 11 escaños y pasa a ocupar el tercer puesto junto con HB en lo que a número de escaños se refiere y U.AL. que obtiene 5 escaños en esta legislatura. El índice de Banzhaf aumenta para ambos partidos.

Finalmente, vemos que a pesar de que el número de escaños de EAJ-PNV no ha variado respecto de la anterior legislatura, el índice de Banzhaf o la decisividad de este partido aumenta en esta legislatura. Esto se debe a que aunque EAJ-PNV mantenga el mismo número de escaños, el reparto de escaños entre el resto de partidos resulta más uniforme en esta legislatura que en la anterior, lo que hace aumentar el poder de decisión de EAJ-PNV.

1998: En esta legislatura HB pasa a llamarse EH y al igual que PP y PSE-EE/PSOE aumenta tanto su número de escaños como su índice de Banzhaf.

EAJ-PNV obtiene un escaño menos que en la anterior legislatura y su índice de Banzhaf también disminuye.

Finalmente, podemos observar que el número de escaños se reduce para EA, EB-IU y U.AL., los tres partidos con menor número de escaños en el Parlamento tanto en 1994 como en 1998. Aunque el número de escaños disminuye para los tres partidos puede verse que esta disminución se da en diferente medida para los diferentes partidos lo que supone un efecto diferente en la decisividad de los partidos. Es decir, vemos como U.AL. pierde más de la mitad de los escaños que obtuvo en la anterior legislatura y EB-IU obtiene en esta legislatura un tercio de los escaños que obtuvo en la anterior legislatura. Se da una importante reducción en el número de escaños de ambos partidos y la decisividad de estos dos partidos disminuye. En cambio en el caso del otro partido minoritario EA, a pesar de que pierde 2 escaños respecto a la anterior legislatura en la cuál tenía 8, esta reducción del número de escaños es menor que para los otros dos partidos y su decisividad, medida con el índice de Banzhaf, aumenta.

Como ya he señalado estoy haciendo un análisis normativo, es decir, el índice de Banzhaf muestra en cuantas configuraciones de voto ganadoras los individuos son decisivos, sin reflejar que podría ser más probable que resulten algunas configuraciones de voto que otras si hubiéramos tenido en cuenta el comportamiento de los votantes.

2001: En esta legislatura EAJ-PNV y EA se presentan juntos a las elecciones y obtienen una parte importante del total de escaños.

Si comparamos los resultados de estas elecciones con los de las anteriores podemos ver cómo PP a pesar de obtener mayor número de escaños en las elecciones de 2001 que en las de 1998 su índice de Banzhaf es menor en 2001 que en 1998. Es decir, obtiene 19 escaños, 3 más que en la anterior legislatura, y sin embargo su decisividad se ve disminuida y es igual que la de PSE-EE/PSOE que obtiene 13 escaños (uno menos que en la anterior legislatura) e igual que la de EH que obtiene 7 escaños (la mitad que en la anterior legislatura). A pesar de que el número de escaños de EH disminuye en mayor medida, la disminución en la decisividad de PSE-EE/PSOE y de EH es igual.

Por último puede observarse que EB-IU a pesar de haber obtenido un escaño más que en la anterior legislatura su índice de Banzhaf disminuye y pasa a ser cero. Es decir, este partido político en esta legislatura obtiene un escaño más que en la anterior y sin embargo mientras que en la anterior legislatura existían configuraciones de voto ganadoras en las que era decisivo en esta legislatura no existe ninguna configuración de voto ganadora en la que este partido sea decisivo.

Creo que es importante subrayar que en esta última legislatura EB-IU es un voto nulo, es decir, cuando la regla de decisión es la mayoría absoluta del total de parlamentarios EB-IU no es decisivo en ninguna de las posibles configuraciones de voto y sin embargo este partido forma parte del gobierno actual con EAJ-PNV/EA (y su voto en el Parlamento será normalmente igual al de EAJ-PNV/EA). Hemos visto, mediante el índice de Banzhaf, que EB-IU no es decisivo en ninguna configuración de voto, por lo tanto, si tuviésemos un modelo que asignaría diferentes probabilidades a las diferentes configuraciones de voto según el comportamiento de los votantes, en este modelo la decisividad de EB-IU bajo la regla de decisión de mayoría absoluta sería también igual a cero. Puede haber diferentes razones para explicar que un votante nulo forme parte del gobierno actual.

En este trabajo he analizado la decisividad de los partidos del Parlamento bajo la regla de decisión de mayoría absoluta del total de parlamentarios (“sí” de más de la mitad del total de parlamentarios) e ignorando la posible abstención de los partidos. Para esta regla de decisión el ignorar la abstención de los partidos no afectaría a la decisividad de estos.

Algunas decisiones en el Parlamento Vasco (designación del Lehendakari, reforma del Estatuto de Autonomía...) se toman bajo la regla de decisión de mayoría absoluta del total de parlamentarios, pero existe otro tipo de decisiones que se toman bajo otras reglas de decisión. Por ejemplo, para muchas de las decisiones que se toman en el Parlamento se exige la mayoría simple (número de “síes” > número de “noes”) de los parlamentarios presentes (siempre que estén presentes la mitad más uno de los miembros que integren el órgano de que se trate). Si queremos medir la decisividad de los partidos bajo esta regla de decisión no podemos ignorar la abstención, pues será importante para medir la decisividad de los partidos. Podemos ver con algunos ejemplos como EB-IU es decisivo en algunas configuraciones de voto bajo esta regla de decisión. Por ejemplo, supongamos que asisten todos los parlamentarios a la votación, en el caso en el que EB-IU votase que “sí” y el resto de partidos se abstuviera la configuración de votos sería ganadora y EB-IU sería decisivo, pues en el caso de que cambiase su voto el resultado de la votación cambiaría. En el caso de que PP (19 escaños) y EB-IU (3 escaños) votasen “sí”, PSE-EE/PSOE (13 escaños) y EH (7 escaños) votasen “no” y EAJ-PNV/EA (33 escaños) se abstuviera la configuración de votos sería también ganadora y EB-IU podría cambiar el resultado de la votación cambiando su voto, por lo tanto también sería decisivo en esta configuración de votos. Otro caso sería que EB-IU (3 escaños) y EAJ-PNV/EA (33 escaños) votasen que “sí”, EH (7 escaños) se abstuviera y PSE-EE/PSOE (13 escaños) y PP (19 escaños) votasen “no”, en este caso si EB-IU se abstuviese no cambiaría el resultado de la votación

pero si votase que “no” sí que cambiaría el resultado de la votación y podríamos decir por lo tanto que en esta configuración de votos también EB-IU sería decisivo.

Podemos ver también que bajo los supuestos de que se presenten todos los partidos políticos en el Parlamento y que todos voten “sí” o “no”, la decisividad de los partidos políticos para la regla de decisión de mayoría simple (número de “síes” > número de “noes”) sería igual a la decisividad de los partidos para la mayoría absoluta del total de parlamentarios (“sí” de más de la mitad del total de parlamentarios). Por lo tanto, bajo esos supuestos EB-IU tampoco sería decisivo para la regla de decisión de mayoría simple. Es decir, EB-IU será decisivo en algunas configuraciones de voto bajo la regla de decisión de mayoría simple sólo en el caso de que algún partido no se presente o se abstenga.

Calcular la decisividad o el índice de Banzhaf de los partidos políticos para la regla de decisión de mayoría simple (en la que habría que tener en cuenta la abstención) sería un análisis más largo que no haré en este trabajo, pero puede verse como para esta regla de decisión EB-IU sería decisivo en algunas configuraciones de voto, es decir, no sería un votante nulo. Si tuviésemos en cuenta el comportamiento de los votantes podría resultar que las configuraciones de voto en las que EB-IU es decisivo son muy probables y en ese caso no sería tan contradictorio el hecho de que EB-IU se encuentre en el gobierno actual\*.

Además para el caso de la mayoría simple EAJ-PNV/EA a la hora de formar gobierno con EB-IU, puede haber considerado la no aparición de EH en el Parlamento o en el caso de que aparezca su probable abstención. Como he señalado anteriormente, en este trabajo no voy a estudiar la regla de decisión de mayoría simple, pero con la intención de aproximarnos a esta última consideración de EAJ-PNV/EA podemos calcular el índice de Banzhaf bajo la regla de decisión de mayoría absoluta del total de parlamentarios sin considerar los escaños del partido político EH. Sabemos que en el caso de la regla de decisión de mayoría absoluta EB-IU no es decisivo en ninguna configuración de votos, pero al calcular el índice de Banzhaf bajo la regla de decisión de mayoría absoluta pero sin tener en cuenta los escaños de EH pretendo mostrar la decisividad que tendría EB-IU con la regla de decisión de mayoría simple en el caso de que la no participación de EH en la toma de decisiones del Parlamento, es decir su incomparecencia en el mismo o su abstención fueran seguras y el resto de partidos votasen “sí” o “no”, es decir, no se abstuvieran:

	Escaños	I. Banzhaf
PP	19	0.2500
EB-IU	3	0.2500
PSE-EE/PSOE	13	0.2500
EAJ-PNV/EA	33	0.7500
OTROS	0	0
<b>TOTAL</b>	<b>68</b>	---

$$N = \{PP, EB - IU, PSE - EE/PSOE, EAJ - PNV/EA, OTROS\}$$

$$W^{(w, q)} = \{S \subseteq N / \sum_{i \in S} w_i > 34\}$$

En este caso vemos como la probabilidad de que EB-IU sea decisivo en una configuración de votos pasa a ser la misma que la de PSE-EE/PSOE y PP.

Por lo tanto, bajo ese supuesto (EH se abstiene o no se presenta y el resto de partidos se presentan y votan “sí” o “no” con una regla de decisión de mayoría simple) veamos como quedaría el índice de Banzhaf para los tres partidos que formarían el gobierno y para el resto de partidos:

	Escaños	I. Banzhaf
PP	19	0
PSE-EE/PSOE	13	0
EAJ-PNV/EA y EB-IU	36	1

$$N = \{PP, PSE - EE/PSOE, EAJ - PNV/EA \text{ y } EB - IU, OTROS\}$$

$$W^{(w, q)} = \{S \subseteq N / \sum_{i \in S} w_i > 34\}$$

\* Desde el punto de vista de la estricta decisividad aquí considerado, no se analizan las razones políticas que podrían explicar que estos partidos formen gobierno a pesar de la escasa decisividad de EB-IU.

OTROS	0	0
<b>TOTAL</b>	<b>68</b>	---

Vemos como en este caso el índice de Banzhaf para EAJ-PNV/EA aumenta al formar una fuerza única con EB-IU, quedando todo el poder de decisión en la coalición gubernamental.

En cambio para la regla de mayoría absoluta del total de parlamentarios (que exige el “sí” de más de la mitad de los parlamentarios), veamos como el formar una única fuerza junto a EB-IU no supondría un aumento en la decisividad de EAJ-PNV/EA:

	Escaños	I. Banzhaf
PP	19	0.2500
PSE-EE/PSOE	13	0.2500
EH	7	0.2500
EAJ-PNV/EA y EB-IU	36	0.7500
OTROS	0	0
<b>TOTAL</b>	<b>75</b>	---

$$N = \{PP, PSE - EE/PSOE, EH, EAJ - PNV/EA \text{ y } EB - IU, OTROS\}$$

$$W^{(w, \varphi)} = \{S \subseteq N / \sum_{i \in S} w_i > 38\}$$

Aún así, esta última situación se da para el caso en que EH no votase o se abstuviera, supuesto que no es seguro, puesto que EH puede decidir dar un voto diferente de la abstención y en ese caso EB-IU no sería decisivo (si el resto de partidos se presentan en el Parlamento y tampoco se abstienen).

Diferentes personalidades políticas opinan sobre este tema, algunos afirman que estos partidos (EAJ-PNV/EA y EB-IU) forman gobierno por intereses políticos de ambos partidos. No analizaré esta afirmación, pues para ello debería hacerse un análisis político sobre estos partidos, sobre su ideología, sobre su forma de actuar etc., lo cual no es el objetivo de este trabajo. Otros opinan que EAJ-PNV/EA pacta con EB-IU para gobernar con comodidad. Observando los datos obtenidos en este trabajo, sí que podría afirmarse que este último razonamiento es válido en ciertos casos pero no sería muy válido para los casos en los que las decisiones del Parlamento se tomen mediante mayoría absoluta del total de parlamentarios (y se exija el “sí” de más de la mitad de los parlamentarios), pues en este caso será indiferente el voto de EB-IU para tomar decisiones en el Parlamento Vasco. Hay que señalar que algunas de las decisiones importantes del Parlamento se toman mediante mayoría absoluta (designación del Lehendakari, reforma del Estatuto de Autonomía...).

#### 4 ÚLTIMOS COMENTARIOS

En este trabajo he realizado un análisis normativo del poder de decisión de los partidos políticos del Parlamento Vasco con una determinada regla de decisión. En este análisis no se tiene en cuenta la posible afinidad entre algunos partidos políticos y la disparidad de ideologías entre otros partidos políticos. Es decir, se analiza la decisividad que una determinada regla de decisión asigna a cada partido político sin tener en cuenta el comportamiento de los votantes.

Mi intención no era analizar el poder de decisión de los diferentes partidos políticos teniendo en cuenta las diferentes ideologías de estos, por eso elegí para mi análisis el índice de Banzhaf.

Hay que señalar que sería posible hacer un análisis de la decisividad de los partidos políticos bajo una determinada regla de decisión teniendo en cuenta el comportamiento de los votantes, pero para eso haría falta conocer o tener una estimación de las diferentes probabilidades de que resulten unas configuraciones de voto u otras, es decir tendría que tener la distribución de probabilidades sobre las configuraciones de voto, la cual asignaría más probabilidad a unas configuraciones de voto que a otras. Después, para calcular el poder de decisión de un individuo sumaríamos las probabilidades de que resulten configuraciones de voto en las que el individuo es decisivo. Calcularíamos la decisividad de ese individuo para una distribución de probabilidades concreta ( $\Phi_i(W, p)$ ). Cuanto más real o exacta fuese esta

distribución de probabilidades mejor se podría describir el poder de decisión de los diferentes partidos políticos. De esta forma introduciríamos en el modelo el comportamiento o ideología de los votantes. Estaríamos haciendo un análisis positivo del poder de decisión de cada uno de ellos, pues habríamos introducido en el modelo los dos datos que especifican una situación de voto: La regla de decisión y el comportamiento de los votantes.

En ausencia de datos (por elección o por falta de ellos) el índice de Banzhaf representa en todo caso una medida de la decisividad que el número de escaños confiere a cada partido, más precisa y significativa que este número.

El número de votos que obtiene cada partido en las elecciones representa el apoyo que tiene cada uno de ellos. El número de escaños representa el número de votos que puede emitir cada partido en el Parlamento y depende del número de votos que haya obtenido el partido en las elecciones. Este número de escaños no siempre refleja bien la decisividad de los partidos. Por ejemplo, se ha comentado, que en las elecciones de 2001 PP con 19 escaños, PSE-EE/PSOE con 13 escaños y EH con 7 escaños son decisivos en el mismo número de configuraciones de voto, es decir, existe una gran diferencia entre el número de escaños de los diferentes partidos y el índice de Banzhaf es igual para los tres. Se ha comentado también que en las elecciones de 2001 EB-IU a pesar de haber aumentado su número de escaños respecto de las elecciones de 1998, su decisividad disminuye y puede verse que mientras que en 1998 existe alguna configuración de votos en la que EB-IU es decisivo en 2001 EB-IU no es decisivo en ninguna configuración de votos. Por lo tanto, puede decirse que aunque el número de escaños de cada partido influye en su decisividad, esta relación entre número de escaños y decisividad no siempre es clara, es decir no siempre puede decirse que cuanto mayor sea el número de escaños mayor decisividad tendrá este partido en el Parlamento. Por lo tanto, como se ha dicho, el índice de Banzhaf sería una medida adecuada si se quiere analizar la decisividad o el poder de decisión de los partidos y no se tiene en cuenta el comportamiento de estos.

## Referencias

- (1) Banzhaf, J. F., 1965, "Weighted Voting Doesn't Work: A Mathematical Analysis". Rutgers Law Review, 19, 317-343.
- (2) Laruelle, A. y Valenciano F., 2002, "Assessment of voting situations: the probabilistic foundations", Discussion Paper 26/2002, Departamento de Economía Aplicada IV, Universidad del País Vasco, Bilbao.
- (3) Laruelle, A. y Valenciano F., 2001, "Positive and normative assessment of voting situations", Discussion Paper 19/2001, Departamento de Economía Aplicada IV, Universidad del País Vasco, Bilbao.
- (4) Valenciano F., 2002, "Voting rules, voting behaviour and voting power", Departamento de Economía Aplicada IV, Universidad del País Vasco, Bilbao.
- (5) Laruelle, A., 2002, "Procedimientos de decisión e índices de poder", Departamento Fundamentos del Análisis Económico, Universidad de Alicante.
- (6) Owen, G., 1975, "Multilinear Extensions and the Banzhaf Value", Naval Research Logistic Quarterly, 22, 741-750.