



Asepelt
España

Comunicaciones XIV Reunión

**ANÁLISIS DE LA POBREZA A TRAVÉS DE UN
ENFOQUE MULTIDIMENSIONAL: ESTUDIO DEL
CASO ESPAÑOL A TRAVÉS DE CONJUNTOS
BORROSOS**

*Elena Bárcena Martín - barcena@uma.es
Antonio Fernández Morales - afdez@uma.es
Guillermina Martín Reyes - gmartin@uma.es
Universidad de Málaga*

Anales de Economía Aplicada

Oviedo 2³
Junio 2000 4



Reservados todos los derechos.

Este documento ha sido extraído del CD Rom "Anales de Economía Aplicada. XIV Reunión ASEPELT-España. Oviedo, 22 y 23 de Junio de 2000".

ISBN: 84-699-2357-9

Análisis de la pobreza a través de un enfoque multidimensional: estudio del caso español a través de conjuntos borrosos

Bárcena Martín, Elena.

barcena@uma.es

Universidad de Málaga.

Fernández Morales, Antonio

afdez@uma.es

Universidad de Málaga.

Martín Reyes, Guillermina.

gmartin@uma.es

Universidad de Málaga.

Resumen:

La medición de la pobreza se ha convertido en un campo de importante desarrollo en los últimos años, tanto desde el punto de vista científico como desde el político-institucional. A pesar del consenso generalizado sobre el carácter multifacético de la pobreza, en la gran mayoría de los trabajos empíricos la estimación de los índices de pobreza se realiza a través de un enfoque univariante, tomando como medida de bienestar una sola variable, ya sea el ingreso o el gasto familiar o personal. En este trabajo se emplean las más recientes aportaciones que proponen sustituir el enfoque univariante por uno de carácter multivariante, basado en los conjuntos borrosos (*fuzzy sets*), para realizar estimaciones de pobreza en España con los datos de la Encuesta Continua de Presupuestos Familiares de I.N.E. para 1996. Con este enfoque se elimina el problema del establecimiento de una línea de pobreza, que es sustituida por una función de pertenencia al colectivo de la pobreza, estimada en la muestra. Por otra parte, la naturaleza multidimensional de esta aproximación consigue integrar dentro de la medición de la pobreza, variables referidas al contexto familiar, sociocultural y económico en general que definen el nivel de vida de la población.

Aproximación a nuevas medidas de pobreza: estudio del caso español a través de conjuntos borrosos.

Introducción.

A pesar del consenso generalizado sobre el carácter multifacético de la pobreza, en la gran mayoría de los trabajos empíricos la estimación de los índices de pobreza se realiza a través de un enfoque univariante, tomando como medida de bienestar una sola variable, ya sea el ingreso o el gasto, que resume el grado de bienestar del que disfruta una familia o individuo. Los estudios empíricos sobre la pobreza tradicionalmente están basados en la definición de una línea de pobreza que establece la división dicotómica entre los pobres y los no pobres. Se han propuesto distintas líneas de pobreza, estableciéndose la clasificación de las mismas¹ en 1) objetivas o subjetivas y 2) absolutas o relativas. Los estudios con una sola variable y las líneas de pobreza que establecen una división dicotómica tienen una serie de inconvenientes que pueden resumirse en tres:

1. Sólo se tiene en cuenta una variable: el gasto o el ingreso. Estas variables con frecuencia presentan errores en su medición que no se pueden corregir.
2. No tienen en cuenta otras variables que describen el carácter multidimensional de la pobreza.
3. Asumen un concepto de pobreza que no tiene grado, es un concepto dicotómico.

Debido a los inconvenientes de las líneas de pobreza dicotómicas en estudios univariantes es necesario incorporar en la medición de la misma nuevas variables relacionadas con el concepto relativo y multidimensional de pobreza. Por ello, en este artículo se introduce un método alternativo para definir la línea de pobreza. El método está basado en la teoría de conjuntos borrosos y en un conjunto adecuado de variables relacionadas con la pobreza de cada individuo.

En el segundo apartado se describe el método tradicional para determinar la línea de pobreza y los indicadores. En el tercer apartado se introduce el enfoque de conjuntos borrosos en la medición de la pobreza. En el último apartado se aplican

¹ Para más información consultar Cakravarty, S,R. (1990)

ambos enfoques a la economía española en 1996 y se establecen comparaciones entre los resultados de cada uno de los métodos.

Método tradicional e indicadores unidimensionales.

Siguiendo los métodos tradicionales, la medición de la pobreza requiere la definición previa de un valor crítico para los ingresos, la línea de pobreza, que divide a la población en dos grupos, pobres y no pobres. Aquellos cuyos ingresos son inferiores a la línea de pobreza se consideran pobres, mientras los demás son no pobres. Hay distintas opciones en la definición de la línea de pobreza, pero la que más aceptación y difusión ha tenido es de carácter objetiva y relativa, fue propuesta por la Comunidad Europea. El umbral o línea de pobreza coincide con la mitad del ingreso anual familiar disponible medio nacional.

A pesar del acuerdo que existe en que la pobreza es un concepto multidimensional, los indicadores de pobreza más empleados son los sencillos (unidimensionales), debido a la dificultad que supondría resumir en un sólo indicador todos los aspectos de un fenómeno tan complejo, y su poco clara interpretación económica.

El indicador más simple y empleado es el **indicador básico o tasa de recuento**, H, (*head count ratio*): mide la extensión de la pobreza y refleja el porcentaje de la población que está por debajo de la línea de la pobreza. Analíticamente:

$$H = \frac{q}{n}$$

q= número de pobres, es decir, unidades por debajo de la línea de pobreza.

n= tamaño de la población.

Otro indicador unidimensional es la **tasa de desviación**, I: complementa al anterior, y mide la intensidad de la pobreza, es decir, el nivel medio de ingresos de los individuos que se encuentran por debajo de la línea de la pobreza. Analíticamente:

$$I = \frac{\sum g_i}{qz}$$

z= línea de pobreza.

$g_i = z - y_i$, es decir, la distancia económica de cada pobre a la línea de pobreza. y es la renta de la unidad pobre.

Representa la proporción de renta que como media debía ser transferida a cada pobre para asegurar una renta mínima en la población igual a la que define el umbral de pobreza.

Existen otros indicadores de pobreza, como los de Sen, Thon, Foster Greer y Thorbecke,² ... pero no se emplean en este trabajo.

Empleo de la teoría de conjuntos borrosos en la definición de línea de pobreza.

La teoría de los conjuntos borrosos puede emplearse para incorporar el carácter multifacético de la pobreza. Además de la renta o del ingreso tiene en cuenta otras variables que se consideran síntomas de la pobreza.

Dado un conjunto de elementos $y \in Y$, esta teoría define el conjunto borroso A incluido en Y como un conjunto de pares ordenados $[x, \mu_a(x)]$ para cada $x \in X$, donde, $\mu_a(x)$ es una función de Y a $[0,1]$, llamada función de “pertenencia” al conjunto borroso, que indica el grado de pertenencia de y a A :

Si $\mu_a(x) = 0$ $y \notin A$

Si $\mu_a(x) = 1$ $y \in A$

Si $0 < \mu_a(x) < 1$ $y \in A$ parcialmente y cuanto más cerca esté $\mu_a(x)$ de 1, mayor es el grado de pertenencia de y al conjunto A .

Si el conjunto A representa a los pobres de una población, la función de pertenencia puede ser evaluada a través de valores cuantitativos de variables económicas adecuadas (ingresos o gastos), o a través de indicadores de variables cualitativas observados en la población, estando éstos relacionados con una posible sintomatología de la pobreza. Si se tienen a disposición datos empíricos sobre variables económicas, podemos determinar la intensidad con la que $\mu_a(x)$ pertenece al conjunto A .

² Para más detalle acerca de estos índices consultar: Fernández Morales, A. (1992)

La función de pertenencia constituye la parte más importante de la aplicación de la teoría de conjuntos borrosos a la pobreza. Ésta se define como:

$$\mu_a(x) = \frac{\sum_j z_{ij} w_j}{\sum_j w_j}$$

donde x es un indicador. Los indicadores pueden ser una variable dicotómica:

$$z_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } x_{ij} \text{ es síntoma de pobreza} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Si, por el contrario, la variable no es dicotómica, entonces podemos denominar las distintas modalidades del indicador x_j como j . Si elegimos la modalidad j' como el límite superior de las situaciones de pobreza, es decir, el límite por debajo del cual una unidad de análisis es considerada absolutamente pobre, y j'' como el límite inferior de las situaciones de no pobreza, o sea, el valor por encima del cual los individuos se clasifican como no pobres, z_{ij} la definimos teniendo en cuenta una especificación lineal para valores de indicador entre j_j' y j_j'' como:

$$z_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } j_{ij} \leq j_j' \\ \frac{j_j'' - j_{ij}}{j_j'' - j_j'} & \text{si } j_j' < j_{ij} < j_j'' \\ 0 & \text{si } j_{ij} \geq j_j'' \end{cases}$$

Los límites elegidos se deben definir teniendo en cuenta las características particulares del indicador en cuestión dentro del contexto socioeconómico del fenómeno de la pobreza que se analiza.

Como se observa en la definición de la función de pertenencia, no todos los indicadores tienen igual peso, cada indicador tiene una contribución diferente en la determinación del nivel de vida. Las ponderaciones no negativas w_j que corresponden al indicador x_j se definen como:

$$w_j = \ln(1/f_j), \quad \text{para } f_j > 0,$$

donde f_j es la frecuencia relativa de x_j . La especificación logarítmica se elige para evitar el riesgo de dar gran importancia a indicadores que tienen una frecuencia relativa excesivamente baja.

Teniendo en cuenta la forma matemática de las ponderaciones especificada más arriba, la función de pertenencia se puede definir como:

$$\mu_a(x) = \frac{\sum_j z_{ij} \ln(1/f_j)}{\sum_j \ln(1/f_j)}$$

El índice de pobreza que se obtiene empleando la teoría de los conjuntos borrosos es la media de las medidas individuales de pobreza, y, por tanto, pertenece al intervalo $[0, 1]$:

$$P = \frac{|A|}{n} = \frac{\sum_i \mu_a(i)}{n}$$

donde el valor absoluto de A es la cardinalidad del conjunto borroso A ($P=0$ si $\mu_a(i)=0$ para cada i , es decir, si no hay pobres; $P=1$ si $\mu_a(i)=1$ para todo i , es decir, todos son pobres). Por tanto, el indicador representa la proporción de individuos que pertenecen al conjunto borroso de los pobres.

Para el cálculo de este indicador no es necesario definir previamente una línea de pobreza. Así, el índice permite recoger las posibles condiciones de pobreza relativa para cada unidad económica, independientemente de su situación, por debajo o por encima de la línea de pobreza.

Una vez estimado el índice de pobreza con esta metodología, se puede calcular una línea de pobreza que genere una tasa de recuento igual a la que se obtendría empleando solamente la renta. Para ello es necesario aplicar un modelo de distribución de la renta y estimar a partir de él, el nivel de ingresos que corresponde al índice de pobreza determinado a través de la teoría de conjuntos borrosos, tomándolo como el p-percentil.

La función de distribución ajustada a la renta puede ser la propuesta por Dagum (1977, 1983, 1989):

$$F(y) = (1 + \lambda y^{-\delta})^{-\beta}, \quad \lambda, \delta, \beta > 0 \quad y \geq 0$$

La línea de pobreza se puede determinar manteniendo fijo $F(y)$, a partir de:

$$z_F = (F(z))^{-1} = \left[\frac{1}{\lambda} (F(z)^{\frac{1}{\beta}} - 1) \right]^{\frac{1}{\delta}}$$

La teoría de los conjuntos borrosos es susceptible de ser aplicada siguiendo dos vías distintas:

1. *Enfoque Parcialmente Borroso*: considera que en la población hay familias o individuos que han de clasificarse como pobres y otras que ciertamente no han de tener esa clasificación, mientras hay una serie de familias que tienen riesgo de ser pobres debido a sus condiciones sociales o económicas, pero no pueden ubicarse en ninguno de los dos grupos anteriores con total seguridad.

La clasificación entre pobres y no pobres se hace atendiendo a la variable ingreso o gasto. Una vez determinados los límites que diferencian a los pobres de los que no lo son, C' y C'' , queda una situación intermedia entre las dos anteriores de forma que:

Si $C_i \leq C'$ la familia i es pobre, $\mu_a(x) = 1$

Si $C_i \geq C''$ la familia i no es pobre, $\mu_a(x) = 0$

Si $C' \leq C_i \leq C''$ la familia i pertenece al conjunto borroso; $0 < \mu_a(x) < 1$

2. *Enfoque Totalmente Borroso*: considera que toda la población en conjunto tiene riesgo de ser pobre, y, por tanto, no hay unos valores de los gastos o de los ingresos que determinan tal situación. Por lo que la función de pertenencia se aplica a todos los miembros de la población de igual forma que se ha descrito anteriormente. De esta forma se pretende eliminar la arbitrariedad en la elección de los niveles de ingreso que van a determinar qué unidades familiares van a tener una función de pertenencia con valor uno o cero.

La aplicación de la teoría de conjuntos difusos permite la diversificación en el estudio y medición de la pobreza mediante la introducción de otras facetas en la

definición de la pobreza además de la incapacidad para obtener lo necesario para sobrevivir.

Análisis empírico.

Para el estudio de la pobreza en la sociedad española se ha empleado la Encuesta Continua de presupuestos Familiares (E.C.P.F) del I.N.E. de 1996, de periodicidad trimestral, de donde hemos extraído 1904 familias que han sido observadas a lo largo de los cuatro trimestres del año. La unidad de análisis que se ha escogido es la familia, y la variable, el ingreso monetario familiar. Hemos empleado la escala de equivalencia de Oxford, donde se estima el valor equivalente de cada miembro de la familia:

Sustentador principal	1
Resto de los adultos (14 y más años)	0,7
Menores de 14 años	0,5

Para aplicar los métodos tradicionales en el estudio de la pobreza es necesaria la determinación de la línea de pobreza (50% del ingreso monetario medio), que asciende a unos ingresos monetarios de 621.848 ptas. por miembro equivalente. Teniendo en cuenta esta línea a priori se obtienen los indicadores de pobreza unidimensionales recogidos en el cuadro 1.

Cuadro 1.

INDICADORES TRADICIONALES.

<i>Tasa de recuento H</i>	<i>Tasa de desviación I</i>
10,81 %	21,99 %

Por tanto, el 11 % de la población es pobre con este método. La población pobre tiene unos ingresos monetarios medios 485.067 ptas. por miembro equivalente. En cambio, el ingreso medio de los que no se clasifican como pobres es de 1.335.733 ptas. El indicador de la intensidad de la pobreza asciende al 22%, es decir, la renta media de los pobres asciende al 78% de la línea de pobreza.

La concepción de la pobreza como una característica que puede presentar grados, y, por tanto, no dicotómica, ha motivado el avance en la metodología de la medición de la pobreza. Por ello, se ha aplicado la teoría de los conjuntos borrosos a la medición de la pobreza y se han seleccionado nueve variables que se han considerado

síntoma de la pobreza en España. Algunas de ellas se han tomado como variables dicotómicas, mientras otras se han definido teniendo en cuenta una especificación lineal, estableciendo los límites teniendo en cuenta la realidad de la sociedad española. Los indicadores han sido escogidos atendiendo a la información que aportan acerca de la pobreza, pero siempre teniendo en cuenta la limitación de la información recogida en la E. C. P. F. Los indicadores son:

Dicotómicos:

$$1 \text{ Edad del sustentador principal} = \begin{cases} 1 & 25 < x < 65 \\ 0 & \text{resto} \end{cases}$$

2 Actividad del sustentador principal

$$= \begin{cases} 1 & \text{parados, jubilados, personas dedicadas a labores de su hogar y otros} \\ 0 & \text{resto} \end{cases}$$

3 Actividad del cónyuge del sustentador principal.

$$= \begin{cases} 1 & \text{parados, jubilados, personas dedicadas a labores de su hogar y otros} \\ 0 & \text{resto} \end{cases}$$

$$4 \text{ Analfabetismo del sustentador principal} = \begin{cases} 1 & \text{analfabetos} \\ 0 & \text{no analfabetos} \end{cases}$$

5 Propiedad o cesión gratuita de la vivienda

$$= \begin{cases} 1 & \text{En propiedad o cedida gratuitamente por trabajo} \\ 0 & \text{resto} \end{cases}$$

$$6 \text{ Tenencia de vivienda secundaria} = \begin{cases} 1 & \text{ninguna} \\ 0 & \text{una o mas} \end{cases}$$

Los indicadores no dicotómicos se han calculado siguiendo la siguiente formulación lineal, donde se ha comprobado la robustez de los límites escogidos para definir las situaciones de pobreza.

7 Proporción del gasto en esparcimiento en relación con el gasto familiar total.

$$= \begin{cases} 1 & \text{si } x < 0.3 \\ \frac{x-0.3}{0.3-0.4} & \text{si } 0.3 < x < 0.4 \\ 0 & \text{si } x > 0.4 \end{cases}$$

8 Proporción del gasto en transporte en relación con el gasto familiar total.

$$= \begin{cases} 1 & \text{si } x < 0.08 \\ \frac{x-0.08}{0.1-0.08} & \text{si } 0.08 < x < 0.1 \\ 0 & \text{si } x > 0.1 \end{cases}$$

9 Proporción del gasto en alimentación en relación con el gasto familiar total.

$$= \begin{cases} 1 & \text{si } x > 0.31 \\ \frac{x-0.28}{0.31-0.28} & \text{si } 0.28 < x < 0.31 \\ 0 & \text{si } x < 0.28 \end{cases} \text{No dicotómicas:}$$

$$10 \text{ Ingresos} = \begin{cases} 1 & x < 310.924 \\ \frac{x-310.924}{746.218-310.924} & 310.924 < x < 746.218 \\ 0 & x > 746.218 \end{cases}$$

La estimación de los indicadores de pobreza se ha realizado siguiendo los dos métodos de aplicación de conjuntos borrosos mencionados anteriormente:

1. Parcialmente borroso: Teniendo en cuenta dos líneas que definen las categorías de pobres y no pobres de forma definitiva, mientras queda un grupo intermedio de familias que tienen riesgo de ser pobres. La división entre pobres y los que no lo son se ha establecido siguiendo la variable ingreso monetario familiar. Aquellas familias con ingreso monetario inferior al 25% del ingreso anual familiar disponible medio nacional (310.924 ptas.) se consideran pobres mientras aquellas cuyo ingreso supere el 60% (746.218 ptas.) se consideran no pobres. Las familias con ingreso entre el 25% y el 60% tienen riesgo de ser pobre, o un nivel de pobreza determinado y

se les da un valor entre cero y uno que mide este riesgo o nivel de pobreza. Cuanto más cercano a uno, mayor es el riesgo o nivel de pobreza.

2. Totalmente Borroso: Considerando que todas las familias tienen riesgo de ser pobre, sin establecer a priori familias que seguro lo son o dejan de serlo. Este método no tiene en cuenta la variable ingreso monetario por lo que es necesaria su inclusión como indicador. En este caso, el indicador de ingresos monetarios es un indicador no dicotómico, y, al igual que los demás indicadores no monetarios, tiene una función de pertenencia lineal.

Ambas formas de análisis dan lugar a distintos resultados. En el cuadro 2 se recogen los porcentajes de familias pobres y los pesos para los distintos indicadores. Se observa que los pesos de aquellos indicadores cuyas frecuencias relativas son extremadamente altas son pequeños.

Cuadro 2.

PORCENTAJES Y PESOS DE FAMILIAS POBRES SEGÚN INDICADORES.

Indicador	Porcentajes		Pesos	
	Parcialmente borroso	Totalmente borroso	Parcialmente borroso	Totalmente borroso
1	4,62	26,21	3,0744	1,3391
2	9,66	42,96	2,3368	0,8448
3	13,18	54,10	2,0263	0,6144
4	1,79	3,36	4,0254	3,3928
5	2,36	5,78	3,7450	2,8512
6	18,70	88,45	1,6768	0,1228
7	19,59	99,80	1,6301	0,0020
8	8,26	42,07	2,4938	0,8658
9	2,14	3,64	3,8465	3,3120
Ingresos		12,92		2,0462

En el cuadro 3 se comparan los resultados obtenidos mediante la aplicación de la teoría de conjuntos borrosos con el del método clásico. Se comprueba que la aplicación del segundo método arroja un valor superior al del indicador parcialmente borroso. Esto

es lógico, ya que el segundo método permite que cualquier unidad económica tenga probabilidad de ser pobre, aunque, por otro lado, no da probabilidad 1 a priori de pertenecer al conjunto de los pobres. Por último, el valor del indicador parcialmente borroso no supera al de la tasa de recuento, cuyo valor se sitúa cercano al punto medio de los valores de los dos indicadores obtenidos a través de la metodología de conjuntos borrosos.

Cuadro 3.

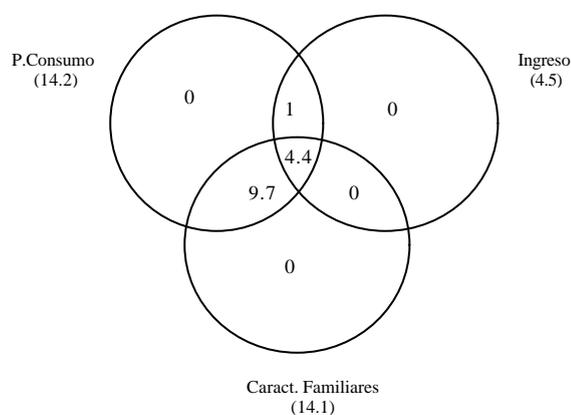
INDICADORES DE POBREZA BORROSOS Y TASA DE RECUESTO

<i>P</i> parcialmente borroso	<i>P</i> Totalmente borroso	<i>H</i>
6,91 %	14,20 %	10,82 %

Como conclusión podemos decir que el indicador P totalmente borroso resume y es sensible a las características de las familias de la población, más que los indicadores tradicionales. Además, debemos indicar que los conjuntos borrosos y sus indicadores, en especial el totalmente borroso, dan una medida de la pobreza más completa, ya que tiene en cuenta otras características además del ingreso monetario.

Figura 1.

PORCENTAJE DE POBRES EN LA MUESTRA SEGÚN INDICADORES.



En la figura 1 se representan los porcentajes de pobres según tres grupos de indicadores y sus intersecciones. Se han agrupado los indicadores en tres, el primer conjunto de indicadores es el que recoge los patrones de consumo, es decir, los indicadores 7, 8, 9, de la lista anterior. El segundo grupo es el de los ingresos monetarios. Y el último, es el conjunto de indicadores no monetarios o de características de la familia, que incluye los indicadores 1 a 6 de la lista anterior.

En cada uno de los conjuntos y en sus intersecciones aparece el porcentaje de familias clasificadas como pobres según el indicador totalmente borroso, obtenido a través de segundo método. La razón de emplear el indicador totalmente borroso es que éste no requiere el establecimiento de dos niveles de ingresos para determinar la función de pertenencia, y, por tanto, se elimina esta arbitrariedad.

En la figura 1 se observa que, como regla general, una familia clasificada como pobre lo es por más de un indicador, no habiendo ninguna familia pobre según un sólo indicador. De las 1904 familias de la muestra los tres indicadores coinciden en clasificar como pobres al 4.41% de las familias.

Además, se puede afirmar que apenas existe desacuerdo entre los indicadores patrón de consumo y características familiares. En cambio, la clasificación de pobre según los dos grupos de indicadores anteriores y la renta no siempre coincide. Así, un 9.7% de familias reciben la clasificación de pobres según las características familiares y los patrones de consumo, pero no son consideradas así según los ingresos. Esta es la razón por la que el indicador total borroso es más elevado que el indicador convencional H, tasa de recuento, que sólo tiene en cuenta la renta.

Para profundizar en el estudio se puede hacer una clasificación en la población dividiendo a los sustentadores principales en función de su género, hombre o mujer. Así se obtienen los valores de los pesos y los porcentajes de familias reflejados en el cuadro 4. De nuevo se observa que los indicadores con menor frecuencia relativa tienen mayores pesos, y viceversa.

Cuadro 4.

PORCENTAJES Y PESOS PARA LOS INDICADORES SEGÚN GÉNERO.

SUSTENTADOR PRINCIPAL HOMBRE (SPH)

Indicador	Parcialmente borroso		Totalmente borroso	
	% Familias Pobres	Peso	% Familias Pobres	Peso
1	4,42	3,1198	21,62	1,5315
2	9,36	2,3687	36,72	1,0019
3	16,28	1,8151	66,51	0,4078

4	1,71	4,0664	1,78	4,0287
5	2,77	3,5868	5,87	2,8359
6	19,38	1,6409	87,21	0,1368
7	20,44	1,5879	20,44	1,5879
8	8,24	2,4967	8,24	2,4967
9	2,09	3,8670	37,53	0,9802
Ingresos			13,52	2,0009

SUSTENTADORA PRINCIPAL MUJER. (SPM)

Indicador	Parcialmente borroso		Totalmente borroso	
	% Familias Pobres	Pesos	% Familias Pobres	Pesos
1	5,43	2,9139	44,19	0,8168
2	10,85	2,2208	67,44	0,3939
3	1,03	4,5721	5,43	2,9139
4	2,07	3,8790	9,56	2,3475
5	0,78	4,8598	5,43	2,9139
6	16,02	1,8313	93,28	0,0695
7	10,79	2,2264	99,58	0,0042
8	12,05	2,1164	59,90	0,5125
9	11,03	2,2047	4,15	3,1819
Ingresos			10,57	2,2471

En el cuadro 5 se recogen las medias para cada indicador divididos según género del sustentador principal, indicando el signo si el indicador es más alto para las familias con sustentador principal hombre (+) o mujer (-).

Cuadro 5.

DIFERENCIAS EN LOS INDICADORES SEGÚN GÉNERO.

Indicador	Parcialmente borroso			Totalmente borroso		
	SPH	SPM	Diferencia	SPH	SPM	Diferencia
1	0,0442	0,0543	-	0,2162	0,4419	-
2	0,0936	0,1085	-	0,3672	0,6744	-
3	0,1628	0,0103	+	0,6651	0,0543	+

4	0,0171	0,0207	-	0,0178	0,0956	-
5	0,0277	0,0078	+	0,0587	0,0543	+
6	0,1938	0,1602	+	0,8721	0,9328	-
7	0,2044	0,1079	+	0,2044	0,9958	-
8	0,0824	0,1205	-	0,0824	0,5990	-
9	0,0209	0,1103	-	0,3753	0,0415	+
Ingresos				0,1352	0,1057	+

Cuadro 6.

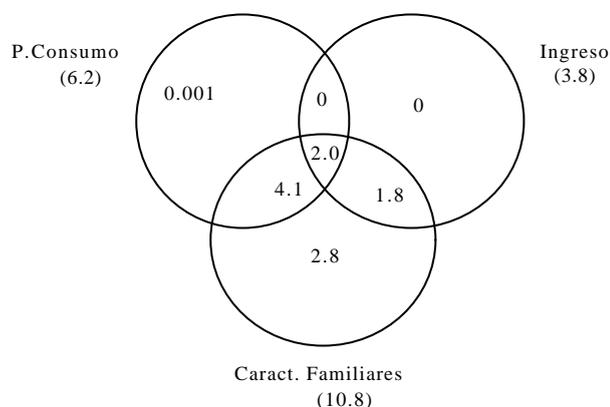
INDICADORES DE POBREZA BORROSOS Y TASA DE RECuento SEGÚN GÉNERO.

P Parcialmente borroso		P Totalmente borroso		Tasa de recuento	
SPH	SPM	SPH	SPM	SPH	SPM
7,14 %	5,11 %	12,81 %	12,42 %	11,4 %	8,53 %

Los resultados según género del sustentador principal, para los indicadores borrosos y la tasa de recuento, están recogidos en el cuadro 6, donde se comprueba de nuevo que los resultados para el indicador parcialmente borroso son inferiores a los del totalmente borroso y en ningún caso los resultados de método parcialmente borroso superan a la tasa de recuento. Además, según el método clásico la renta media de las familias pobres con sustentador principal hombre es de 476.581 ptas. por miembro equivalente, mientras que la de las familias pobres con sustentadora principal mujer es más alta, de 500.377 ptas., además, todos los indicadores de pobreza para familias con sustentador principal hombre son superiores a los de las familias con sustentadora principal mujer.

Figura 2.

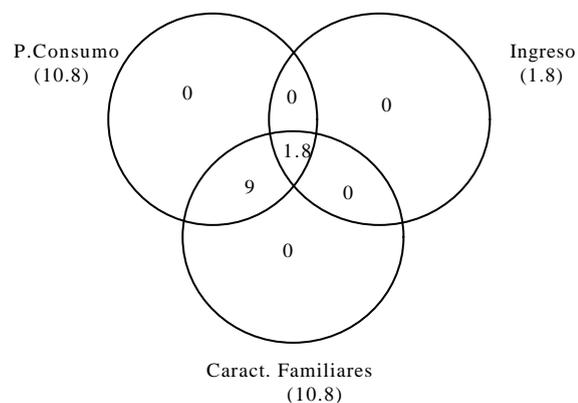
**PORCENTAJE DE POBRES EN LA MUESTRA SEGÚN INDICADORES.
SUSTENTADOR PRINCIPAL HOMBRE. SPH.**



También en este caso es clarificadora la representación de los porcentajes de pobres según los tres grupos de indicadores. En el caso de las familias cuyo sustentador principal es un hombre, figura 2, las discrepancias entre los indicadores son mayores que en el caso general o en el de sustentadora principal mujer. Así, el 2.8% de las familias que componen la muestra reciben la calificación de pobre según el indicador de características familiares y 0.001% de familias de la muestra son clasificadas como pobres tan sólo según los patrones de consumo. Además, 4.1% de familias de la muestra son consideradas pobres según los patrones de consumo y las características familiares, pero no según los ingresos. Sólo el 2% de familias son pobres según los tres indicadores conjuntamente. Por tanto, el 7% de las familias son clasificadas como pobres según indicadores que no incluyen los ingresos. Esto explica el menor valor de la tasa de recuento frente al indicador total borroso.

Figura 3.

**PORCENTAJE DE POBRES EN LA MUESTRA SEGÚN INDICADORES.
SUSTENTADORA PRINCIPAL MUJER. SPM.**



Para las familias con sustentadora principal mujer, apenas hay discrepancias entre los indicadores a la hora de clasificar a las familias como pobres. Así, todas las familias consideradas pobres lo son por más de un indicador. Al igual que en el caso general, la única discrepancia observada es la de los patrones de consumo y características familiares con el indicador de los ingresos, lo que explica el mayor valor del indicador total borroso. De las 387 familias que componen la muestra, el 1.8% son clasificadas como pobres según los tres indicadores.

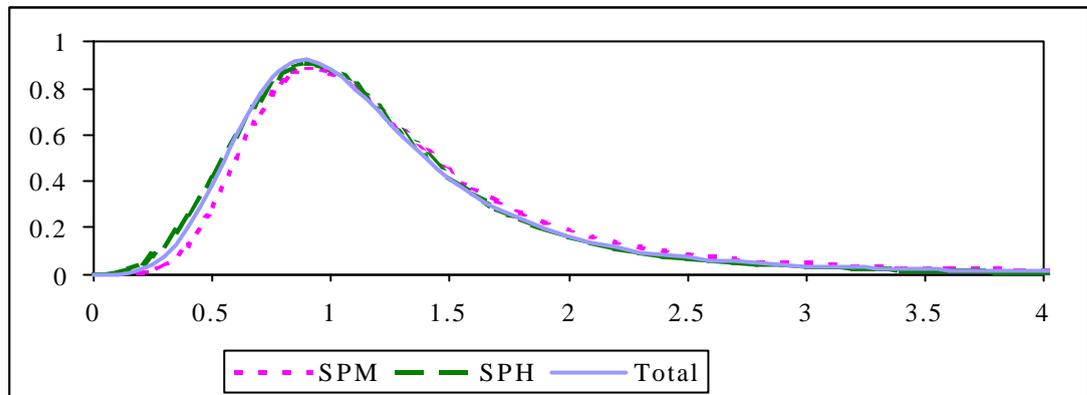
Después de hallar los indicadores borrosos y compararlos con la tasa de recuento hemos hallado el nivel de renta que, para cada caso, genera un valor de la tasa de recuento equivalente al del indicador borroso. Para ello, hemos ajustado primero una función de distribución a los ingresos monetarios a través del modelo de Dagum.

Los parámetros obtenidos para la distribución de los ingresos monetarios totales, de los ingresos de las familias con sustentador principal hombre y mujer quedan reflejados en el cuadro 7. La figura 4 representa las distribuciones de ingresos para los tres casos.

Cuadro 7.
PARÁMETROS DEL MODELO DE DAGUM AJUSTADO A LOS
INGRESOS.

	Total	SPH	SPM
Lambda	0,778	1,271	0,617
Delta	3,188	3,576	2,963
Beta	1,463	1,002	2,011

Figura 4.
DISTRIBUCIONES DE INGRESOS MONETARIOS AJUSTADAS SEGÚN
EL MODELO DE DAGUM.



A partir de estas estimaciones se han calculado las líneas de pobreza tanto en el caso totalmente borroso como en el parcialmente borroso. Para hallar las líneas de pobreza se ha estimado aquel nivel de renta que origina una tasa de recuento igual a la del indicador borroso correspondiente. Para ello hemos sustituido en la fórmula siguiente los valores de los indicadores de pobreza totalmente y parcialmente borrosos:

$$z_F = (F(z))^{-1} = \left[\frac{1}{\lambda} (F(z)^{\frac{1}{\beta}} - 1) \right]^{\frac{1}{\delta}}$$

La comparación de estas líneas con la del método clásico queda reflejado en el cuadro 8.

Cuadro 8.
LÍNEAS DE POBREZA.

	Total	SPH	SPM
Indicador Parcial*	550.646	522.837	562.846
Indicador Total*	669.428	626.431	693.990
Tasa de recuento*	621.848	611.112	663.935

*Estas líneas de pobreza se han estimado teniendo en cuenta el modelo de Dagum ajustado a la renta.

Se vuelve a comprobar que el método clásico está en una posición intermedia entre los métodos totalmente y parcialmente borroso. Además, la línea de pobreza de las familias con sustentadora principal mujer es más elevada que la de las familias con sustentador principal hombre para todos los métodos. Esto se explica debido a la

composición de las familias y a la escala de equivalencia aplicada. Las familias con sustentadora principal mujer tienen una menor media de ingresos sin corregir por la escala de equivalencia, pero al corregir por la escala y obtener el ingreso equivalente, como estas familias tienen un menor número de miembros equivalentes, la media de ingresos de las familias con sustentadora principal mujer es mayor.

Conclusiones.

La teoría de los conjuntos borrosos puede enriquecer de forma significativa el estudio de la pobreza ya que permite considerar otras variables además del ingreso, dotándolo de carácter multivariante. En este artículo, el análisis de los resultados obtenidos por el enfoque de los conjuntos borrosos ha sido complementado con la comparación con aquellos obtenidos a través del método tradicional, en el que es necesario calcular una línea de pobreza a priori. Además, el resultado obtenido para la tasa de recuento se puede considerar un caso especial de la aplicación de los conjuntos borrosos, cuando el único indicador empleado es el ingreso monetario y se considera un indicador dicotómico, de modo que toma valor 1 para niveles de ingresos inferiores a la línea de pobreza. Pero, de esta forma no es posible representar gradualmente la transición de la condición de pobre a la contraria, es decir, no cabe pensar en situaciones intermedias entre la pobreza y la no pobreza.

Sin embargo, el método de los conjuntos borrosos no está exento de inconvenientes. Uno de ellos es la arbitrariedad en la determinación de los niveles de renta que determinan qué familias tienen una función de pertenencia con valor uno o cero. Este inconveniente se ha eliminado al introducir el segundo método, indicador totalmente borroso, que propone considerar que todas las familias tienen riesgo de ser pobres, y, por tanto, el ingreso pasa a ser un indicador más.

Otro de los inconvenientes es la arbitrariedad en la formulación de la función de pertenencia, ya que dependiendo de la forma elegida los resultados obtenidos pueden variar. La forma lineal empleada en este artículo es la más simple, pero parece conveniente estudiar otras formas funcionales que puedan adaptarse mejor a las distribuciones de los indicadores.

A pesar de estos inconvenientes, este método presenta una serie de ventajas frente a aquellos que sólo emplean variables monetarias. En primer lugar, se tienen en cuenta otros aspectos, además del monetario, que ayudan a definir y clarificar el concepto de pobreza. También permite distinguir entre aquellas familias que recibiendo un mismo ingreso monetario tienen distinto acceso a beneficios no monetarios, tales como un ambiente familiar donde el nivel educativo del sustentador principal sea elevado, o la posesión de más de una vivienda. Por último, al trabajar con un indicador de pobreza construido a partir de varias variables, éste está menos influido por las fluctuaciones monetarias. Por otro lado, los indicadores de pobreza tradicionales están sujetos a cambios derivados de las fluctuaciones coyunturales en las ganancias.

Aplicando el método clásico y el borroso, se ha comprobado que el porcentaje de pobres obtenido a través del enfoque de conjuntos borrosos y del enfoque tradicional difieren numéricamente. Esto se debe principalmente a que en el primero de los enfoques se tienen en cuenta una serie de características relacionadas íntimamente con la pobreza, que no se consideran en el segundo enfoque. Además, hay diferencias entre las dos opciones a la hora de aplicar el método borroso, pareciendo más conveniente la aplicación totalmente borrosa frente a la parcial debido a la eliminación de arbitrariedades a la hora de establecer los límites de la función de pertenencia. Del estudio diferenciado por género del sustentador principal, se ha obtenido que según todos los métodos, las familias con sustentadora principal mujer son menos pobres. Esto, que en primer lugar parece no ajustarse a la idea de que las familias con sustentadora principal mujer son más pobres que las familias con sustentador principal hombre, se explica debido a que trabajamos, no con mujeres, sino con familias con sustentadora principal mujer, que no necesariamente han de ser familias monoparentales y, además, la estructura de las familias de este tipo tienen menos miembros equivalentes y la escala de equivalencia aplicada favorece a este tipo de estructura.

Por último, cabe señalar la conveniencia del empleo de otras variables no monetarias indicadoras del grado de carencia de bienes que se consideren esenciales para alcanzar un mínimo nivel de vida. Por ejemplo, la carencia de aseo dentro de la vivienda, lavadora, televisor y determinados bienes duraderos. Pero, además, estos indicadores han de ir adaptándose a las circunstancias de vida del momento. Si bien hace 15 años el indicador se definía en función de la carencia de televisor, ahora habrá

que especificar que el televisor sea en color. Si ahora hablamos de la carencia de teléfono, dentro de poco se hablará de teléfono móvil o de conexión a Internet...

Para futuros estudios parece conveniente combinar este enfoque con el análisis dinámico de la pobreza, de manera que las medidas de la pobreza no sólo tengan en cuenta la situación actual, sino también las características históricas. Además, permitiría la distinción entre pobreza transitoria, y persistente, según que las familias sean pobres en todos los periodos de estudio o en algunos de ellos. Este análisis requiere datos de panel y amplia información no monetaria, y así sería posible el seguimiento de las familias a lo largo de varios periodos. Esto no estaría exento de dificultad ya que los indicadores deberían ir adaptándose a las circunstancias a lo largo del periodo de estudio.

Bibliografía.

- Cakravarty, S.R. (1990): *“Ethical social index numbers.”* Springer-Verlag.
- Cheli, B., Ghellini, G., Lemmi, A., Pannuzi, N. (1994): *“Measuring Poverty In The Countries In Transition Via TFR Method: The Case Of Poland In 1990-1991”*. Statistics in transition. Vol. 1 nº 5 pag. 585 - 636.
- Cheli, B., Lemmi, A. (1995): *“A Totally Fuzzy And Reltive Approach To The Multidimensional Analysis Of Poverty”*. Economics Notes. Monte dei Paschi di Siena. Vol. 24 pag. 115 - 134.
- Dagum, C., Gambassi, R., Lemmi, A. (1991): *“New Approaches To The Measurement Of Poverty”*. Poverty measurement for economies in transition in eastern european countries. International scientific conference, Warsaw. Polish sattistical association. Central satistical office.
- Fernández Morales, A. (1992): *“La medición de la pobreza a través de índices. Una síntesis de la literatura”*. Cuadernos de Ciencias Económicas y Empresariales. Vol. 23
- Pannuzi, N., Quaranta, A.G. (1995): *“Measuring Poverty: A Case Study In An Italian Industrial City”*. Research on economic inequality. Vol. 6. pag. 323 - 335.
- Instituto Nacional de Estadística (1992): *“Encuesta Continua de Presupuestos Familiares: Metodología y Resultados 1990.”*